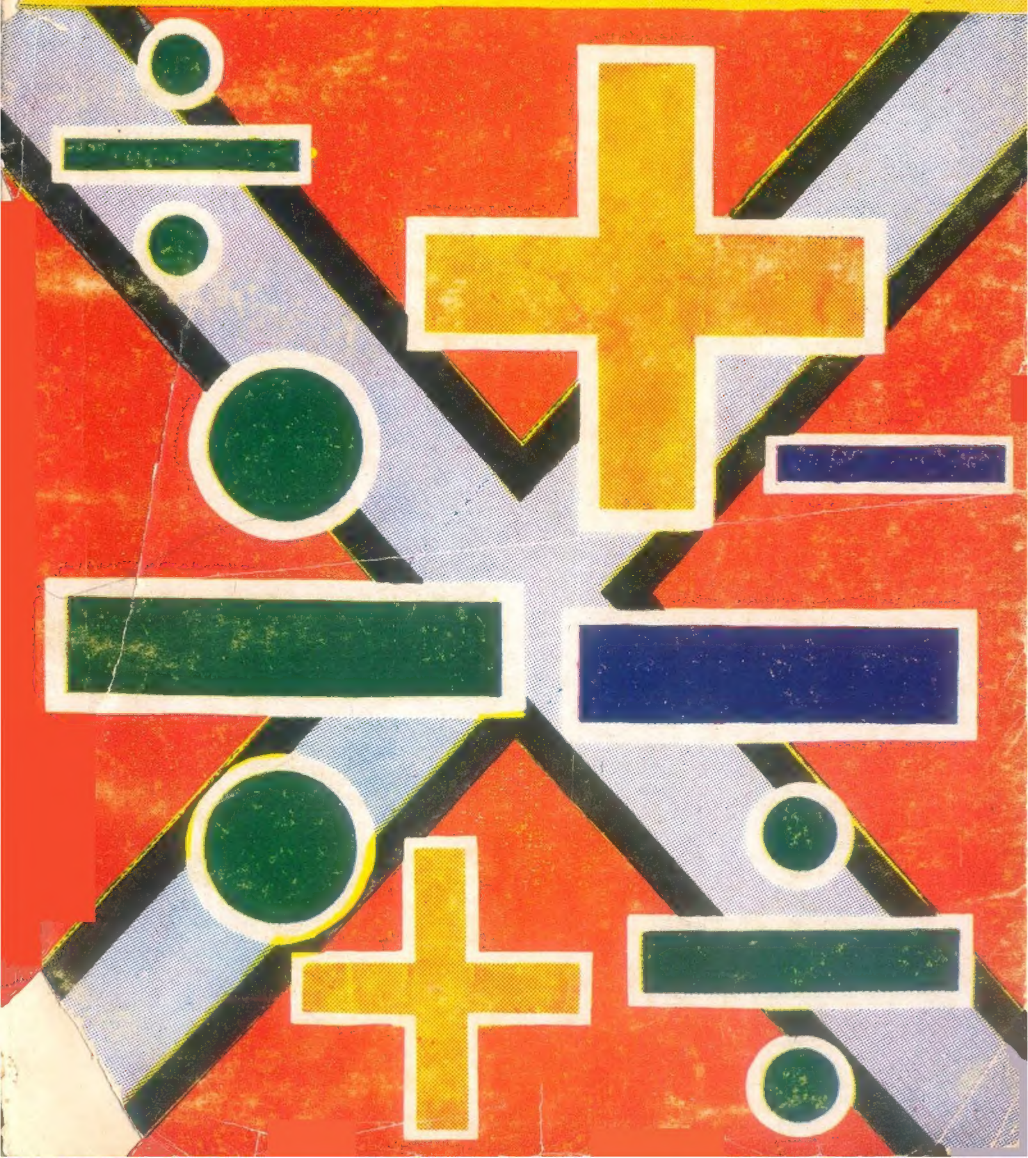
धन्यवाद श्रीयुत गुणाकर

पु. ग. वैद्य



धन्यवाद श्रीयुत गुणाकार

लेखक :

पु. ग. वैद्य

तोरणा प्रकाशन, पुणे

प्रकाशक :

अनंत देशपांडे
तोरणा प्रकाशन
शुक्रवार पेठ,
पुणे ४११ ००२

प्रथमावृत्ती १९८९

मूल्य १५ रुपये

मुद्रक :

द. अ. इंदलकर
सरस्वती मुद्रण मंदिर
१०२० भवानी पेठ,
पुणे ४११ ०४२

कथा ही गणित काल्पनिकेची

विज्ञानकथा / काल्पनिका आता मराठीत रुजू लागल्या आहेत. विज्ञानकथा या रंजन माध्यमातून विज्ञानाची आवड निर्माण करणे, त्याचा प्रचार व प्रसार करणे हा या कथा लिहिण्यामागील हेतू होता. गणिताच्या बाबतीत असे काही करावे असा विचार फार दिवस मनात घोळत होता. यापूर्वी गणित काल्पनिका लिहिल्याचे माझ्या माहितीत नव्हते. त्यामुळे वाचनातही आले नाही. परदेशातील एक वर्षाच्या, इंग्लंडमधील वास्तव्यात असे काही लेखन शोधण्याचा प्रयत्न केला. पण तेथेही काही हाती लागले नाही. मार्गदर्शक साहित्यही मिळाले नाही. आजतागायत गणित काल्पनिका लिहिल्याचे माझ्यातरी माहितीत नाही. त्यामुळे गणित काल्पनिका हा वाङ्मयातील नवा प्रकार कसा सुरू करावा ते उमजत नव्हते.

गणितकथा / काल्पनिका लिहिणे विज्ञानकथेच्या मानाने कठिण आहे. कारण गणिताचे स्वरूप मुळात अमूर्त आहे. बहुसंख्यांना त्याची आवड असण्याऐवजी त्याबद्दलची भीतीच जास्त आहे. एक वेळ भीती परवडली, पण अनेकांना या विषयाचा तिटकारा आहे. कथेचा पाया गणित ठेवायचा तर त्या विषयाचे बऱ्यापैकी ज्ञान वाचकांच्याकडे असणे आवश्यक आहे. ते असल्याखेरीज कथेचा खरा आस्वाद घेणे कठिण आहे. तसेच विविध घटना असणारे कथाबीज सापडणे ही पण अडचण होतीच. त्यामुळे मनात असूनही हातून काहीच लिहून झाले नाही.

मार्गदर्शनासाठी तयार साहित्य उपलब्ध नसल्याने स्वतंत्र प्रयत्न करण्याचे ठरविले. मी विज्ञानकथा / काल्पनिका लिहिल्या आहेत. सुरवातीच्या माझ्या विज्ञान-काल्पनिकांमध्ये विज्ञानातील एखादा नियम विज्ञानदेव बदलून देतो याचा वापर केला आहे. हीच कल्पना जरा थोडा बदल करून गणित काल्पनिकेसाठी वापरण्याचे मी ठरविले. विज्ञानातील नियम बदलून घेण्याऐवजी गणितातला एखादा नियम विसरला, तर काय फ़जिती होईल हे सूत्र मी पकडले. उदाहरणार्थ, एखाद्याला गुणाकार करण्याचा विसर पडला, तर काय गमती होतील ते दाखविण्याचे ठरविले. यासाठी माझ्या कुवतीप्रमाणे एक कथानक शोधले आणि 'आभारी आहोत श्रीयुत गुणाकार' ही काल्पनिका लिहिली. महाराष्ट्र गणित महामंडळाचे त्रैमासिक 'गणित शिक्षण' यात आणि 'किशोर मित्र' या

मासिकात ती प्रथम प्रसिद्ध झाली. मित्रांच्याकडून त्यावर त्यांच्या प्रतिक्रिया घेतल्या. ही कथा सांगून पाहिली. मुलांना ती इतर कथांप्रमाणे आवडली. मुलांचे प्रशस्तिपत्रक मला अधिक मोलाचे वाटले. प्रौढांनाही ती आवडली. गेल्या शतकातील मुलांसाठी लिहिलेल्या निवडक शंभर कथांचे चार भाग श्री. अमरेंद्र गाडगीळ यांनी प्रसिद्ध केले. त्यातही या कथेचा समावेश आहे.

मित्रांच्या सल्ल्यावरून याच कथेचा विस्तार करून तिचे कादंबरीत रूपांतर केले. ‘ सृष्टिज्ञान ’ मासिकाचे संपादक श्री. निरंजन घाटे यांनी ही कादंबरी ‘सृष्टिज्ञान ’ मासिकात क्रमशः प्रसिद्ध केली. त्यावरील अभिप्रायांनी मला प्रोत्साहन मिळाले. आणि ‘ धन्यवाद श्रीयुत गुणाकार ’ ही गणितावरील कादंबरी प्रकाशित करण्याचे ठरविले. तोरणा प्रकाशनचे श्री. अनंत देशपांडे यांनी ते मान्य केले. त्यांच्या सहकार्यामुळे ही गणितावरची पहिली कादंबरी आपल्या हाती देताना मला आनंद होत आहे. श्री देशपांडे यांना धन्यवाद.

गणित काल्पनिका हा लेखनप्रकार या निमित्ताने सुरू होत आहे मी जे लिहिले ते परिपूर्ण आहे असा माझा दावा नाही. परंतु या निमित्ताने अशा प्रकारच्या लेखनाची सुरवात मराठीत व्हावी अशी इच्छा आहे. कल्पक तज्ज्ञ व जाणकार व्यक्तींनी यापेक्षा उत्तम, दर्जेदार गणित काल्पनिका लिहाव्यात ही अपेक्षा आहे. तसे घडून गणित काल्पनिकांचे नवे दालन मराठी वाङ्मयात सुरू व्हावे अशी इच्छा आहे. यातच खरा आनंद आहे आणि इच्छापूर्तीचे समाधानही आहे

या लेखनाच्या संदर्भात वाचकांनी आपली टीका, सूचना, बरेवाईट जे काय वाटेल ते अवश्य कळवावे अशी विनंती आहे. आपल्या सूचनांचे स्वागत करण्यात मला आनंदच होईल.

गणितावर आपला असणारा लोभ वृद्धिगत व्हावा.

दिनांक १९।१०।८९ पु. ग. वैद्य

१२०६।८अ, डॉ. गदगकर बंगला,
पुणे ४११००४.

एक

२२ डिसेंबर १९७० या दिवशी घडलेली ही गोष्ट आहे. सकाळी अकराची वेळ. पुण्यातल्या भारत इंग्लिश हायस्कूलचे सभागृह प्रेक्षकांनी तुडुंब भरले होते. खिडक्यांमधेसुद्धा लोक बसले होते. रामानुजम या भारतीय गणितीच्या जयंतीनिमित्त राज्य पातळीवर आंतरशालेय गणित कूटप्रश्न स्पर्धा भरविण्यात आल्या होत्या. उपांत्य सामना चालू होता–मुंबई जिल्हा व औरंगाबाद जिल्हा यांच्यामध्ये. मुंबईच्या संघाने औरंगाबादच्या संघाचा दणदणीत पराभव करून अंतिम फेरीत प्रवेश केला. मुंबईच्या मुलांच्या बुद्धिचातुर्याचे सारेच कौतुक करीत होते. हाच संघ अंतिम सामन्यातही विजयी होणार असाच सर्वांचा कौल होता.

ठीक बारा वाजता दुसरा उपांत्य सामना पुणे जिल्हा विरुद्ध जळगाव जिल्हा असा सुरू झाला. सर्वांच्या मते हा सामना तर एकतर्फी होणार. पुण्याची हुशार मुले अगदी २०–२५ मिनिटांतच सामना जिंकून अंतिम फेरीत प्रवेश करणार असं इथून तिथून साऱ्यांचं भाकीत होतं. पुणे–मुंबई या साडेतीन वाजता होणाऱ्या सामन्यात कोण जिंकेल यावर विविध तर्क लढविले जात होते. अनेकजण आपापसात यावर पैजाही लावत होते.

प्रत्यक्षात हा सामना चांगलाच रंगला. अगदी तब्बल तासभर चालू राहिला. ज्याला अटीतटीचा सामना म्हणता येईल असाच हा सामना झाला. अंतिम फेरीत प्रवेश करणाऱ्या विजयी संघाचे सर्वांनी

टाळयांच्या प्रचंड कडकडाटात स्वागत केले. हा संघ होता जळगाव जिल्ह्यातील पाल या आदिवासी भागातील शाळेचा. आणि ही विजयश्री खेचून आणणारे वीर होते दगड्या, घोंड्या, गणप्या. रंगीबेरंगी कपडयांनी नटलेल्या जनसमूहात पांढऱ्या टोप्या घातलेलं हे त्रिकूट आता उठून दिसत होतं. पांढरे शर्ट, पोंगल खाकी पँट घातलेल्या काळ्यासावळ्या व गबाळ्या वाटणाऱ्या या त्रिकुटाने पुण्याच्या बलाढ्य संघाचा अनपेक्षित पराभव करून साऱ्यांनाच आश्चर्याच्या दरीत फेकून दिले होते; आणि आता पुणे–मुंबई या संघाच्या अंतिम सामन्याऐवजी पाल–मुंबई या अंतिम सामन्यावर लोकांची चर्चा चालू होती, पैजा लावणे चालू होते.

या त्रिकुटातील विजयाचा खरा मानकरी होता गणप्या. एका आदिवासीचे पोरटे. काळीभोर कांती, नकटं नाक, तेजस्वी डोळे, दारिद्र्याची साक्ष देणारी अंगयष्टी, डोक्यावर पांढरी टोपी, टोपीच्या वरील फाटक्या भागातून बाहेर डोकावणारे केस, पोंगल खाकी पँट, असं गबाळं पण चुणचुणीत व्यक्तिमत्त्व असणारा गणपा हा या सामन्याचा खरा हीरो ठरला होता. गणपाला एक मजेशीर खोड होती. तो उभा राहिला किंवा चालत एका ठिकाणाहून दुसऱ्या ठिकाणी जात असेल तर नेहमी त्याचे दोन्ही हात मागे एकमेकात अडकवून ठेवलेले असत. या सवयीचे कारणही मोठे गमतीशीर होते. याची पँट मागे फाटलेली असायची. आपले दारिद्र्य व अब्रू झाकण्यासाठी त्याला अशी सवय लागली होती. आज मात्र गणपाची पँट मागे फाटलेली नव्हती. आज त्याने संभाजी पाटीलची पँट एक दिवसासाठी उसनी घेऊन घातली होती. पण सवयीप्रमाणे तो उभा राहिला किंवा फळ्याकडे चालला की हात मागे बांधून जायचा. सगळे त्याच्या या विचित्र सवयीला आज इथे हसलेही होते. पण त्याची प्रत्यक्ष बुद्धिमत्ता पाहून नंतर खजीलही झाले होते. आपल्या बुद्धिचातुर्याने गणपाने सगळ्यांना आपलेसे केले होते.

आता दोन तास सुट्टी होती. सर्वजण जेवणासाठी घरोघर चर्चा करत जात होते. गणपाचे अभिनंदन करीत होते. योगायोगाने जग-

प्रसिद्ध गणिती डॉ. मॅनकोव्ह या स्पर्धेला उपस्थित होते. त्यांनी गणपाला बोलावून घेतले. गणपाशी हस्तांदोलन करीत ते म्हणाले,

'कॉंग्रॅच्युलेशन्स, माय बॉय.'

गणपा आपला गप्पच उभा होता. मग कुणीतरी कुजबुजले,

'ए येड्या, थँक यू म्हण ना.'

'थांकू, थांकू,' असं गांगरत गणपा गुणगुणला.

'वेल, मे आय आस्क यू वन क्वेश्चन?' डॉ. मॅनकोव्ह गणपतला म्हणाले.

अपरिचित उच्चाराचं तोंडातल्या तोंडात गुळगुळणारे इंग्रजी आमच्या गणपाला काही कळले नाही. महाराष्ट्र गणित अध्यापक महामंडळाचे कार्यवाह श्री. तांबोळकर यांच्या हे लक्षात आले. ते मधे पडले व त्यांनी गणपाला या प्रश्नाचा अर्थ मराठीत सांगितला. या प्रश्नाला गणपा कसचं इंग्रजीत उत्तर देणार? त्याने आपली होकारार्थी मान हलवली.

'हाऊ डिड यू गेट द सोल्यूशन ऑफ द लास्ट क्वेश्चन सो क्विकली?' डॉ. मनकोव्ह यांनी त्यांना अस्वस्थ करणारा प्रश्न विचारला.

पुन्हा श्री. तांबोळकर यांनी या प्रश्नाचा अर्थ गणपाला मराठीत सांगितला. न घाबरता इंग्रजीत उत्तर देण्यासाठी प्रोत्साहन दिले.

'आयऽ आयऽ गॉट, आय गॉट बाय गणपत इक्वेशन?' गणपाने अडखळत, घाबरत कसंतरी उत्तर दिलं.

'गॅणपत इक्वेशन! व्हाट इज धिस गॅनपत इक्वेशन?' जगातले अद्ययावत गणित कोळून प्यालेले डॉ. मॅनकोव्ह आश्चर्याने चकित होऊन म्हणाले.

याबरोबर 'गणितशिक्षण' या त्रैमासिकाचे संपादक श्री. जरीवाला पुढे सरसावले. 'गणितशिक्षण' या त्रैमासिकात गणपतने लिहिलेला 'गणपत इक्वेशन' हा लेख त्यांनी डॉ. मॅनकोव्ह यांना दाखविला. एक अंकही त्यांना भेट दिला. डॉ. मॅनकोव्ह यांनी तो लेख उभ्याउभ्याच अधाशासारखा वाचला. लेख मराठीत असला तरी गणितातील अंक व

अक्षरे इंग्रजीत असल्यामुळे त्यांना लेखाचा आशय समजला. ते या लेखावर खूष होऊन म्हणाले, 'थिस इज रियली फॅन्टास्टिक!' त्यांनी गणपाला शाबासकी दिली. खिशातून पैशाचे पाकीट काढले, गणपाला शंभर रुपयांची नोट बक्षीस म्हणून दिली. गणपाच्या बुद्धीचे कौतुक करीत डॉ. मॅनकोव्ह, जरीवाला व तांबोळकर निघून गले.

गणपाचे जगद्विख्यात गणितीकडून झालेले कौतुक पाहून गणपाचे शिक्षक, त्यांचे मुख्याध्यापक यांना आकाश ठेंगणे वाटू लागले. प्रत्येकाच्या अंगावर मूठमूठ मांस आले होते. आपण अंतिम सामना जिंकणारच असा आत्मविश्वास त्यांच्यात निर्माण झाला होता. विजयी झाल्यावर गावी या मुलांचा भव्य सत्कार कसा करायचा याची स्वप्ने रंगवीत जेवणासाठी हॉटेलच्या दिशेने सर्वजण चालले होते.

इतक्यात – – –

एक जाडाभरडा मोठा आवाज आला.

'ए ऽऽ गणप्या ऽऽ'

या आवाजानं साऱ्यांचं धाबंच दणाणलं.

'ठरल्यापरमानं मी आलुया.'

साऱ्यांचा आनंद एकदम विरघळला.

'चल लवकर माझ्या बराबर.'

सर्वांचे चेहरे एकदम पांढरेफट्ट पडले.

गणप्याचा मामा त्याला लग्नासाठी न्यायला आल्यामुळे सगळेच हादरले होते, गोंधळून गेले होते. थोडा वेळ कोणीच काही बोलले नाही. शेवटी धीर गोळा करून मुख्याध्यापक म्हणाले, 'मामासाहेब, कृपा करून तुम्ही गणपाला आता लग्नाला घेऊन जाऊ नका. आज अंतिम सामना साडेतीन वाजता आहे. आमची सारी भिस्त गणपावर आहे. आम्ही हा सामना गणपामुळे निश्चित जिंकणार आहोत. आमची विनंती तुम्ही मान्य करा.'

सर्वांनी या विनंतीला दुजोरा दिला.

पण रूढीप्रिय मामावर या बोलण्याचा काहीही परिणाम झाला नाही. उलट ते रागाने म्हणाले,

'हे बघा हेडसर, तुमच्या त्या कॅंपिटिशन का फॅंपिटिशन काय ते सकाळपातुर उरकाया सांगितल्या हुत्या. तवर गणपाला घेऊनशान जाण्याची आपली बोली हुती. म्या माझा सबुद पुरा केलाय. आता तुम्ही तुमचा सबुद गुमान पालाया हुआ.'

आता यावर मुख्याध्यापक काय बोलणार कपाळ? त्यांना तरी काय कल्पना, आपला संघ अंतिम फेरीपर्यंत जाईल म्हणून. आपण तर पहिल्या–दुसऱ्या फेरीतच हरू म्हणून मुख्याध्यापकांनी गणपाला दुपारी एक–दीडपर्यंत सोडायचे कबूल केले होते.

'मामासाहेब, या स्पर्धेतील विजयामुळे या मुलाचे, आपल्या शाळेचे, आपल्या गावाचे आणि तुमचेसुद्धा नाव होणार आहे. महाराष्ट्रात पहिला नंबर म्हणजे साधीसुधी गोष्ट नाही. ही काँपिटिशन संपल्या संपल्या लगेच तुम्ही गणपाला खुशाल घेऊन जा. आमच्यासाठी, शाळेसाठी आणि गावासाठी आमच्यावर मेहेरबानी करा.' एका शिक्षकांनी मामांना कळवळून विनंती केली.

'मास्तर, तुमच्या या काँपिटिशन दर वर्साला हुत्याती. पन लगीन मातर एकदाच हुतं न्हाय का?' पालथ्या घागरीवर पाणी पडलेल्या वस्ताद मामांनी मास्तरनाच प्रश्न केला.

यावर बरीच गरमागरम वादावादी व बाचाबाची झाली. वातावरण चांगलेच तापले. शिक्षक-मुख्याध्यापकांनी मामांची समजूत काढण्याची शिकस्त केली. परोपरीने विनवण्या केल्या. पण आडमुठा मामा काही त्यांना दाद देईना. दुपारी तीनची गाडी चुकू नये म्हणून शेवटी मामा गणपाच्या हाताला धरून त्याला फरफटत घेऊन गेले. जड पावलांनी आणि खिन्न मनाने सर्वांनी आपला रस्ता धरला.

दगड्या-धोंड्या हा सारा प्रकार शांतपणे बघत होते. जिथे थोरांची डाळ शिजत नव्हती, तिथं पोरांचं काय चालणार? पण दोघं पोरं फार जिद्दी होती. बेचैन झालेली त्यांची मने त्यांना काहीतरी करा म्हणून सारखी डिवचत होती. दगड्या-धोंड्या आपल्या शिक्षकांना न सांगताच लपत–छपत मामांच्या पाठोपाठ गेले.

आता दगड्या–धोंड्याच्या मनात एकच विचार चालू होता.

काहीही करून मामांची तीनची रेल्वे चुकवायची. ही गाडी एकदा चुकली की, शिरटचाला जायला दुसरी रेल्वे अथवा एस. टी. नाही. मग आपोआपच गणपा स्पर्धेला थांबेल आणि आपण ही राज्य पातळी-वरील स्पर्धा जिंकू !

दोन

मामांची ही गाडी चुकवायसाठी नेमके काय करावे हे दोघांनाही सुचत नव्हते. दोघेही गोंधळलेल्या मनस्थितीत मार्ग काढण्यासाठी विचारविनिमय करीत होते. वेळप्रसंगी रेल्वेचे रूळ उखडून टाकण्याचा दुष्ट विचारही त्यांच्या मनात येऊन गेला. निश्चित काय करावे याच्या निष्कर्षाप्रत ते येऊ शकले नाहीत. दोघेही न कळत तिकीट घेण्यासाठी असलेल्या रांगेत येऊन उभे राहिले.

वरील साऱ्या प्रकारात बराच वेळ जाऊन आता दुपारचे पावणे-तीन वाजले होते. म्हणजे गाडी सुटायला फक्त पंधरा मिनिटे बाकी होती. ही पंधरा मिनिटे म्हणजे महाराष्ट्रातील विजयी संघ कोण हा निर्णय देणारी पंधरा मिनिटे होती.

तिकिटाच्या रांगेत दगड्या–धोंड्याच्या पुढे सहा–सात माणसे होती त्यानंतर धोंड्या उभा होता. मध्ये पुन्हा दोन–तीन माणसे व नंतर दगड्या. दगड्याच्या मागे चार–पाच माणसे होती आणि त्यानंतर दि ग्रेट मामासाहेब व गणपा यांचा नंबर होता.

तिकीट मागताना जास्तीत जास्त वेळ काढायचा. वेळप्रसंगी तिकीट देणाराशी भांडण करायचे. वाटेल ते करून तीन वाजण्यापूर्वी मामांना तिकीट मिळू द्यायचे नाही असा दोघांनीही निर्धार केला होता.

पहिल्या सहा–सात जणांची तिकिटे काढून झाली. त्यात केवळ दोन–तीन मिनिटे गेली.

मग आला धोंड्याचा नंबर.

धोंड्याच्या खिशात दमडीही नसताना धोंड्याने दोन मनमाडची तिकिटे मागितली.

'मनमाडची तिकिटे? चार नंबरच्या खिडकीवर जा.' खिडकीवरचा तिकीटविक्रेता धोंड्याच्या अंगावर खेकसला.

'वा रे वा! मी काय गाढव म्हणून इतका वेळ रांगेत उभा आहे काय? मला तुम्ही मनमाडची तिकिटे दिलीच पाहिजेत?' धोंड्याने वेळ काढण्यासाठीं मुद्दामच मनमाडची तिकिटे देण्याचा आग्रह धरला.

'मनमाडची तिकिटे चार नंबरच्या खिडकीवर मिळतील म्हणून तुम्हांला एकदा सांगितले ना? तुम्हांला मराठी कळते का नाही! उगीच वेळ घेऊ नका.' तिकीटविक्रेता रागाने खवळून धोंड्याला खिडकी सोडायला सांगत होता.

धोंड्यानें मनमाडच्या तिकिटाचे निमित्त करून तिकीटविक्रेत्याशी भांडण सुरू केले. जास्त वेळ गेला तर गाडी चुकेल म्हणून रांगेतील मागचे लोक आरडाओरडा करू लागले. धोंड्याच्या बावळटपणावर संतापले. 'एवढी साधी अक्कल कशी नाही या टोणग्याला' यासारखे शेरे चिडलेले लोक मारीत होते.

हा सारा तमाशा चालू असताना दगड्या शांतपणे रांगेत उभा होता. या प्रसंगातून मुक्ततेसाठी त्याने गणितदेवीची प्रार्थना करण्यास सुरुवात केली.

'हे गणितदेवी, आम्ही प्रामाणिक मुले आहोत. तुझे भक्तही आहोत. गणिताचा अभ्यास करून नेहमी शंभरपैकी शंभर गुण मिळवितो. या संकटप्रसंगी तू आम्हांला मदत कर.'

दगड्याने मनोभावे केलेली गणितदेवीची प्रार्थना फळाला आली. गणितदेवी प्रसन्न झाली. आणि दगड्याच्या कानात काही शब्द उमटू लागले.

'प्रामाणिक व कष्ट करणाऱ्या मुलांना मी नेहमीच मदत करत

असते. मी आज तुझ्यावर प्रसन्न झाले आहे. तुला हवा तो एकच वर माग.'

या अनपेक्षित प्रकारामुळे दगडचा गोंधळला. काय वर मागावा तेच त्याला एकदम सुचेना. पण आलेल्या संधीचा फायदा घेणे तर आवश्यक होते.

' शिरटचाला जाणाऱ्या गाडीचे इंजिन बिघडून बंद पडू दे ' असा वर दगड्याने मागितला.

दगड्याला वाटले हा वर मिळाला की आपले काम फत्ते झाले. शिरटचाला जाणारी गाडी रद्द होईल आणि गणपाला घेऊन आपण स्पर्धेला जाऊ. विजय आपलाच होणार हे निश्चित.

पण असे घडले नाही. अनेकांची गैरसोय करणारा व फक्त दगड्यालाच उपयोगी असणारा हा वर देण्याचे गणितदेवीने नाकारले. याऐवजी गणितातील एखादा नियम बदलून मागण्यास सांगितले.

या वेगळ्याच प्रकारच्या वर मागायच्या कल्पनेने प्रथम दगड्या जरा बुचकळ्यात पडला. नेमका कोणता नियम मागावा ते काही त्याला सुचेना. थोडं शांत राहून त्याने विचार केला व पुढील वर गणितदेवीला मागितला.

' मी म्हणेन त्या वेळी, म्हणेन त्या व्यक्तीला गुणाकार करता येणार नाही.'

' तथास्तु.'

' हा वर इथून पुढे फक्त अर्धाच तास वापरता येईल. अर्ध्या तासानंतर हा वर कार्य करणार नाही. डोके वापरून या वराचा योग्य प्रकारे उपयोग करून घे व तुला आलेल्या अडचणीतून मार्ग काढ. तुला सुयश चिंतिते.' गणितदेवीने दगड्याला हवा असलेला वर लगेच देऊन टाकला.

इकडे धोंड्याची तिकीटविक्रेता व त्याच्यामागचे रांगेतील लोक यांच्याशी लढाई चालू होती. धोंड्याच्या आडमुठेपणामुळे गाडीला उशीर होतोय म्हणून खवळलेल्या लोकांनी धोंड्याची गचांडी धरून त्याला खिडकीपासून दूर फेकले. धोंड्याला बऱ्यापैकी मारही बसला.

या साऱ्या झोंबाझोंबीत धोंड्याचा शर्ट फाटला. तो आता बाजूला विव्हळत पडला होता.

धोंड्याच्या मागे असलेल्या दोघातिघांनी आपली तिकिटे भराभर काढली व गाडीत जागा मिळविण्यासाठी पळतच सुटले. आता दगड्याचा नंबर खिडकीपाशी आला होता.

गाडी सुटायला आता फक्त दहा मिनिटे बाकी होती.

'हं, जागे व्हा व बोला पटकन.' तिकिटविक्रेता तंद्रीत असलेल्या दगड्याच्या अंगावर ओरडला.

'तिकिटे द्या.' दगड्या शांतपणे म्हणाला.

'मी काय इथे साखर विकायला बसलोय ? तिकिटेच विकतोय. पण कोठली ते सांगाल की नाही !' तिकीटविक्रेता संतापून बोलला.

'अहो तिकीटमास्तर, जरा हात जलदी चालवा. आमची गाडी चुकेल.' रांगेतून कोणीतरी मास्तरला डिवचले.

'शिरटचाची तिकिटे द्या.' दगड्या संथपणे म्हणाला.

'शिरटचाची तिकिटे, पण किती ? काय बावळट कार्ट आहे हे !' वैतागून तिकीटमास्तर बोलले.

'५७ शिरटचाची तिकिटे.' असे म्हणून दगड्या काही तरी पुटपुटू लागला.

५७ शिरटचाची तिकिटे, हे ऐकून तिकीटमास्तरची बुबुळें कपाळाकडे सरकली.

'५७ शिरटचाची तिकिटे ? काय शुद्धीत आहात काय ?' डोळ्याची बुबळे जाग्यावर आणीत तिकीटमास्तर बोलले.

'होय. मी शुद्धीत आहे, मला शिरटचाची ५७ तिकिटे हवी आहेत.' दगड्या सावकाशपणे म्हणाला आणि काहीतरी तोंडाने पुटपुटू लागला.

'काय लग्नाचे वऱ्हाड का ?' तिकीटमास्तर ताळ्यावर येत म्हणाला.

'नाही, शाळेची सहल आहे.' काहीतरी उत्तर द्यायचे म्हणून दगड्या न कळत बोलून गेला.

'मग, तुम्ही एक नंबरच्या खिडकीवर जाऊन सहलीसाठी असणारे रेल्वे कन्सेशन घ्यावा. तेवढेच मुलांचे पैसे वाचतील.' आपले काम टाळण्याच्या उद्देशाने व दगड्याला कटवण्यासाठी तिकीटमास्तरने फुकटचा सल्ला दिला.

काहीतरी उत्तर द्यायचे म्हणून दिलेले उत्तर दगड्याच्याच अंगावर उलटले. तो जरा गोंधळला. पण त्याने लगेच स्वतःला सावरले.

'काय सांगू तिकीटमास्तर, आमचं नशीबच फुटकं बघा. परवाच आमच्या शाळेचे हेडमास्तर एकाएकी हार्ट ॲटॅकने वारले. मग रेल्वे कन्सेशन फॉर्मवर सही कोण करणार हो?' असं म्हणून दगड्याने जोरात गळा काढला, आणि तो ओक्साबोक्शी रडू लागला.

'फार वाईट झाले हो, रडू नको हं. मी देतो तुला तिकिटं.' असं म्हणून तिकीटमास्तर पैसे किती मागायचे याची आकडेमोड करायला लागले.

दगड्याने दणकून ठोकलेली थाप लागू पडली आणि दगड्याने गणितदेवीची प्रार्थना सुरू केली.

'गणितदेवी, या तिकीटमास्तरना गुणाकार करता येणार नाही असं होऊ दे.'

आता तीन वाजायला फक्त आठच मिनिटे कमी होती. गाडी जाईल म्हणून रांगेतील लोक अस्वस्थ झाले होते. लवकर लवकर तिकिटे द्या म्हणून मास्तरना सगळेच विनवीत होते.

शिरट्याचे तिकीट होते १९ रु. २५ पैसे. मास्तर १९–२५ ला ५७ ने गुणण्याचा प्रयत्न करत होते. पण गणितदेवीच्या वराचा प्रभाव आता सुरू झाला होता, त्यामुळे मास्तरना गुणाकार काही करता येत नव्हता. मास्तर वारंवार प्रयत्न करीत होते, पण त्यांना ते काही जमत नव्हते. गुणाकाराची सुरवात कशी करावी हे त्यांना समजत नव्हते.

शेवटी वैतागून तिकीटमास्तरांनी १९–२५ या संख्येत १९–२५ ही संख्या ५७ वेळा मिळविण्याचे ठरविले. त्यासाठी १९–२५ ही संख्या एकाखाली एक अशी ५७ वेळा लिहिणे आवश्यक होते. मास्तरनी १९–२५ ही संख्या एकाखाली एक लिहायला सुरवात केली.

सारा प्रकार दगड्या शांतपणे पाहत होता. एकाच व्यक्तीला तिकीट द्यायला बराच उशीर लागत होता म्हणून रांगेतील लोक तिकीट-मास्तरवर कॉमेंटस् मारत होते.

' मास्तर लवकर लवकर हात चालवलात तर देव तुमचे भले करील.'

' मास्तरांचा हात झपाट्याने चालणार कसा ? वशिल्याने लागलेली माणसे कधी अंग झटकून काम करतात काय ?'

यासारखी अनेक वक्तव्ये लोकांच्या तोंडून बाहेर पडत होती.

याचा मास्तरना मनापासून राग आला होता. पण ते त्याकडे दुर्लक्ष करून आपले काम करण्याचा प्रयत्न करीत होते.

' मास्तरांची कालची अजून उतरलेली दिसत नाही.' हे वक्तव्य ऐकून मात्र मास्तर चिडले.

' मला काय देवाने चार हात दिलेत ? आता याची ५७ तिकिटे आहेत हा काय माझा दोष आहे ?' मास्तर गरम होऊन फणकाऱ्यात म्हणाले.

या बोलण्यामुळे व चिडण्यामुळे १९–२५ ही संख्या किती वेळा लिहिली हे मोजलेले मास्तर विसरून गेले. पुन्हा १९–२५ किती वेळा लिहिले ते मोजावे लागले. लोकांच्या वात्रट वक्तव्यामुळे मास्तरांचे चित्त विचलित व्हायचे व १९–२५ किती वेळा लिहिले हे वारंवार मोजायला लागायचे. त्यामुळे १९–२५ हे ५७ वेळा लिहिण्यासच कितीतरी वेळ लागला. आता चार अंकी ५७ संख्यांची बेरीज बाकी होती. ती मास्तरांनी करण्यास सुरुवात केली. पाच नी पाच दहा, दहात पाच पंधरा, पंधरात पाच वीस – – – असं चालू होतं.

' मास्तर, तुम्ही शाळेत गणितात कधीच पास झालेले नसणार.'

' मास्तर जरा मंद बुद्धीचाच दिसतोय नाही का ?'

तिकीटमास्तर सारे टोमणे ऐकून वैतागायचे. चिडून मध्येच त्यांना काहीतरी उत्तर द्यायचे. त्यामुळे त्यांनी केलेली बेरीज विसरून जायचे व पुन्हा ती बेरीज पहिल्यापासून करायला लागायचे. या मोठ्या

बेरजेला मुळातच बराच वेळ लागणार होता. त्यात अशा अडथळ्यांमुळे आणखीनच वेळ लागू लागला.

गाडी सुटायला आता फक्त पाच मिनिटे बाकी होती. रांगेतले लोक दगड्याच्या नावाने ओरडायला लागले. सर्वांचाच संयम सुटण्याची वेळ आली होती.

दगड्याच्या लगेच मागे सुटाबुटात, टाय बांधून आलेले गणिताचे प्राध्यापक होते. ते तिकीटमास्तरवर व दगड्यावर चांगलेच चिडले.

'साधा हिशोब करायला इतका वेळ लागतो का? आणा इकडे, मी करून देतो हा हिशोब पटकन.' वैतागून प्राध्यापक महाशय जोरात ओरडले.

दगड्याने ह्या प्राध्यापक महाशयांना हा हिशोब करून देण्याची विनंती केली आणि 'या प्राध्यापकांनाही गुणाकार करता येणार नाही असे होऊ दे' अशी गणितदेवीची प्रार्थना सुरू केली. तिकीटमास्तर-प्रमाणेच या गृहस्थांचीही फजिती झाली.

'अहो गणिततज्ज्ञ विद्वान, लवकर लवकर आकडेमोड करा. साधा हिशोब करायला इतका वेळ लागतो काय?' असा दगड्याने त्यांच्यामागे लकडा लावला.

आता गाडी सुटायला फक्त तीन मिनिटे बाकी होती. तिकीट मास्तरनी आपली भली मोठी बेरीज करून दगड्याकडे १०९७ रुपये २५ पैसे मागितले. दगड्याच्या खिशात दमडीही नव्हती, तर १०९७ रुपये २५ पैसे तो बिचारा कोठून देणार? आता आपलें बेंड फुटणार या भीतीने दगड्याला दरदरून घाम सुटला. काय करावे ते सुचेना. रांगेतील मागचे लोक 'लवकर पैसे द्या, नाहीतर व्हा बाजूला,' असे ओरडत होते. अजून तीन मिनिटे काढणे भाग होते. दगड्या बुचकळ्यात पडला.

'अहो शिरटेवाले, १०९७ रुपये २५ पैसे काढा लवकर. बाकी-च्यांची गाडी चुकेल.' तिकीटमास्तर दगड्याच्या अंगावर वैतागून खेकसला.

इतक्यात दगड्याला एक युक्ती सुचली. तो तिकीटविक्रेत्याला म्हणाला,

' तिकीटमास्तर, तुमची आकडेमोड चुकलेली दिसतेय. ही रक्कम ८९७ रुपये २५ पैसे व्हायला पाहिजे. हवे तर परत एकदा तुमचे गणित तपासून पाहा.'

' नाही नाही. माझं गणित अगदी बरोबर आहे. 'तुम्हीच तुमचे गणित तपासून पाहा.' तिकीटविक्रेता जोरात ओरडला.

' अहो मी –'

' मला जास्त शहाणपणा शिकवू नका. मुकाट्याने सांगतो तेवढे पैसे काढा,' तिकीटविक्रेता ठासून बोलला.

' मास्तरसाहेब, मी हे गणित घरीच करून आलोय. शिवाय दोघा–तिघांकडून तपासूनही घेतलें आहे. मला तरी खोटे बोलून काय मिळणार आहे ? कृपया पुन्हा एकदा आकडेमोड तपासून मी काय म्हणतोय ते पडताळून पाहा.' मास्तरसाहेब, प्लीज. दगड्याने अगदीं काकुळतीला येऊन मास्तरांना विनंती केली.

कदाचित या मुलाचे गणित बरोबर असेल व आपले गणित चूक असले तर उगीचच २०० रुपयाला त्याला टोपी बसायची. म्हणून तिकीटविक्रेत्याने परत बेरीज करायला घेतली ५ नी ५ दहा, दहा नी पाच पंधरा, – –

इकडे टायवाल्या प्राध्यापकालाही अजून उत्तरापर्यंत येता आले नव्हते. त्यांची आता रुपयातला ९ या अंकाची बेरीज चालू होती. बाकीचे मात्र तिकीटमास्तरच्या नावाने ओरडत होते.

तिकीटमास्तरनी मात्र झपाट्याने आपली दुसऱ्या वेळची आकडेमोड पुरी केली. ती बरोबर १०९७ रुपये २५ पैसेच आली. पहिल्या वेळच्या आकडेमोडीबरोबरच ही आल्याने, तिकीटविक्रेत्याला आता जोर चढला होता.

' अहो शिरटेवाले शहाणे, माझीच आकडेमोड बरोबर आहे. मेहेरबानी करून आता झटकन १०९७ रुपये २५ पैसे काढा आणि ज्यांच्याकडून तुम्ही तुमचे गणित तपासून घेतलेत ना, त्यांना एखाद्या

चांगल्या शाळेतल्या चवथीच्या वर्गात बसवा.' तिकीटविक्रेता मोठ्या रुबाबात खवचटपणे बोलला.

आता काय करायचं ? खिशात दमडी नाही. आता आपल्याला निश्चितच पब्लिकचा मार खावा लागणार असे दगड्याला वाटले. इतक्यात तीनची गाडी सुटल्याची शिट्टी आणि गाडी निघाल्याचा आवाज सर्वांच्याच कानी पडला. सगळे वैतागले. दगड्या आनंदला. त्याने सुटकेचा निश्वास सोडला व तो म्हणाला,

' मास्तरसाहेब, गाडी तर सुटली, आता ही तिकिटे घेऊन मी काय करू ? आजची तिकिटे उद्या चालणार नाहीत तेव्हा मला तिकिटे नकोत. तसदीबद्दल क्षमा असावी !' एवढे बोलून दगड्या तिकिटाच्या खिडकीपासून झटकन बाजूला झाला.

रांगेत मागच्या बाजूस गणपाबरोबर उभे असलेले मामा संतापले होते. रागाने आपला हात चोळीत होते. न कळतच गणपा मामांना सोडून दगड्या–धोंड्याकडे गेला.

' मामा, आता गाडी चुकलीच आहे तर आम्ही गणपाला घेऊन स्पर्धेला जातो असे म्हणून मामांच्या होकार–नकाराची वाट न पाहताच तिघेही पळतच स्पर्धेच्या हॉलकडे निघाले.

तीन

स्पर्धेचा हॉल प्रेक्षकांनी तुडुंब भरून गेलेला होता. हा अंतिम सामना कोण जिंकणार यावर तर्कवितर्क चालू होते. शिक्षक, विद्यार्थी पालक, गणितज्ज्ञ, जिज्ञासू यांच्यात स्पर्धेबद्दल चर्चा चालू होती. कोणी म्हणत होते की, मुंबईचा संघच जिंकणार. तर ही पोंगळ पँटवाली पोरं मुंबईची डाळ शिजू देणार नाहीत यावद्दल पैज लावत होते. काहीजण उपांत्य सामन्यात दोन्हीही संघातील मुलांनी दाखविलेल्या बुद्धिचातुर्याची उजळणी करत होते. अंतिम सामना बरोबर साडेतीन वाजता

सुरू करायचा म्हणून संयोजक विविध व्यवस्था लावण्यात गुंतले होते. मध्यभागी एक मोठा व दुसरा लहान, अति आकर्षक चकाकणारे करंडक हे सर्वांचेच लक्ष वेधून घेत होते. विजयी व उपविजयी संघांसाठी ही बक्षिसे होती. मोठ्या करंडकाचे नाव होते 'श्रीनिवास रामानुजम गणित प्रज्ञा पारितोषिक' ठेवण्यात आले होते. तसेच विजयी व उपविजयी संघातील खेळाडूंसाठी ठेवलेली वैयक्तिक सुरेख पदके चकाकत होती.

आता बरोबर साडेतीनला दहा मिनिटे कमी होती.

इतक्यात घंटा खणाणली.

सगळीकडे शांतता पसरली.

स्पर्धेचे प्रमुख संयोजक व प्रसिद्ध गणितज्ज्ञ डॉ. रामस्वामी आपल्या जागेवर येऊन बसले.

सर्वांनी त्यांचे टाळ्या वाजवून स्वागत केले.

डॉ. रामस्वामींनी ध्वनिक्षेपक हातात घेऊन बोलण्यास सुरुवात केली.

'श्रीनिवास रामानुजम गणित प्रज्ञा स्पर्धेसाठी सर्व उपस्थितांचे मी मनःपूर्वक स्वागत करतो.

'स्पर्धा ठीक तीन वाजून तीस मिनिटांनी सुरू होतील. मुंबई व पाल या दोन स्पर्धक संघातील खेळाडूंनी आपापल्या जागेवर येऊन बसावे.

फर्स्ट कॉल, मुंबई संघ आणि पालचा संघ...' गर्दीतून वाट काढत मुंबई संघातील गोरी-गोमटी हुषार, तरतरीत मुले व्यासपीठाच्या दिशेने येत होती. सर्वांनी टाळ्या वाजवून त्यांचे स्वागत केले.

मुंबईचा संघ व्यासपीठावरील त्यांच्या जागी जाऊन बसला.

मागोमाग पालचा संघ येईल अशी सर्वांची अपेक्षा होती.

सर्वांचे डोळे पालच्या संघाकडे लागले होते.

व्यासपीठ ते मुख्य प्रवेशद्वार असे सर्वांचे डोळे चकरा मारीत होते.

पण पालच्या संघाचा पत्ताच नव्हता.

आता ठीक तीन वाजून पंचवीस मिनिटे झाली होती.

'सेकंड कॉल, पालच्या संघाने व्यासपीठाकडे यावे' डॉ. रामस्वामींनी माईकवरून विनंती केली.

कोणी व्यासपीठाकडे येण्याची लक्षणे दिसत नव्हती.

इतका वेळ असलेली शांतता लोकांच्या कुजबुजण्याने भंग पावली होती. प्रेक्षकांच्या मनात नाना प्रकारच्या शंका डोकावत होत्या.

वाट पाहण्यात तीन एक मिनिटे केव्हा गेली ते लोकांना कळलेच नाही.

इतक्यात मुख्य प्रवेशद्वारातून एक मुलगा आला तो तडक व्यासपीठावर डॉ. रामस्वामींच्याकडे गेला. त्याने एक चिठ्ठी डॉ. रामस्वामी यांना दिली. प्रेक्षकांना वाटले, बहुधा हा संघ जरा उशिरा येणार असल्याची सूचना त्यात असावी. काहींना वाटले बहुधा हा संघ येऊ शकत नाही असा या चिठ्ठीत मजकूर असावा. डॉ. रामस्वामी चिठ्ठी वाचत होते. सर्वजण डॉ. रामस्वामींच्या चेहऱ्यावरील हावभावांचे निरीक्षण करीत होते. त्यांच्या चेहऱ्याच्या हावभावांवरून चिठ्ठीतील मजकुराबद्दल आपआपल्या परीने तर्कवितर्क लढवीत होते.

इतक्यात माईकवरून आवाज आला.

'हॅलो, हॅलो, युवर अटेन्शन प्लीज.'

सगळीकडे शांतता उगवली.

आता पुढे काय ऐकायला मिळणार याबद्दलची उत्कंठा शिगेला पोहोचली.

'थर्ड अँड फायनल कॉल. पालच्या संघाने व्यासपीठावरील आपल्या जागेवर त्वरीत यावे.'

पुन्हा प्रेक्षकांची कुजबुज सुरू झाली.

'खेडेगावची पोरे ही, त्यांना स्पर्धेचे ठिकाण कदाचित सापडले नसेल.' एकाने जरा जोरात आवाज दिला.

त्यावर काहींजण कुत्सितपणे हसले.

स्पर्धेचे व्यवस्थापक मंडळ तर फारच अस्वस्थ झाले होते.

एकदम माईकवरून आवाज आला.

'हॅलो, हॅलो, युवर अटेन्शन प्लीज.' पुन्हा एकदम सारे शांत झाले.

'आता पालचा संघ एक मिनिटात व्यासपीठावर दाखल झाला नाही, तर तो संघ बाद करून मुंबईचा संघ विजयी झाला असे जाहीर करण्यात येईल.'

शांतता फाडून प्रेक्षकांचा एकदम गलका सुरू झाला. अंतिम सामना न होता निर्णय म्हणजे सर्वांचीच निराशा.

साऱ्या स्पर्धेचा विचकाच होणार.

सगळेच अस्वस्थ झाले. पण चरफडण्यापलीकडे ते काहीही करू शकत नव्हते.

माईक सुरू झाल्याचा घुंई असा आवाज झाला.

भीषण शांततेने वातावरणाचा ताबा घेतला.

'हॅलो, हॅलो, युवर अटेन्शन प्लीज.'

प्रेक्षक श्वास रोखून व कान टवकारून तयार होते.

'पालचा संघ अद्याप न आल्याने तो संघ बाद...' टाळ्यांच्या प्रचंड कडकडाटात माईकवरील पुढचे बोलणे कोणाला ऐकूच आले नाही. तसेच डॉ. रामस्वामींना पुढचे बोलणे थांबवावे लागले.

घामाने ओले चिंब झालेले पाल संघाचे त्रिकूट धापा टाकीत गर्दीतून वाट काढीत व्यासपीठाकडे जात होते.

दगड्या, धोंड्या व गणप्या हे बाह्यत: गबाळे दिसणारे पण अतिशय बुद्धिमान असणारे त्रिकूट व्यासपीठावरील आपल्या जागेवर स्थानापन्न होईपर्यंत प्रेक्षकांनी टाळ्यांचा गजर चालू ठेवला होता.

सर्वांनाच अंतिम झुंज पाहण्याची प्रचंड आतुरता असल्यामुळे या संघाच्या उशिरा येण्याबद्दल कोणीही काहीही हरकत घेतली नाही. अंतिम सामन्यास सुरुवात झाली.

कै. श्रीनिवास रामानुजम गणित प्रज्ञा स्पर्धेचे प्रमुख संमोजक डॉ. रामस्वामी यांनी महाराष्ट्र गणित अध्यापक महामंडळाच्या वतीने दोन्ही संघांचे आणि पुन्हा एकदा उपस्थितांचे स्वागत केले.

डॉ. रामस्वामी यांनी दोन्ही संघांना सर्वांसमक्ष स्पर्धेचे नियम समजावून सांगितले.

अ) प्राश्निक डॉ. कहाळेकर प्रत्येक वेळी एक असे एकूण दहा प्रश्न विचारतील.

ब) प्रत्येक संघाने कागदावर फक्त उत्तर लिहून प्राश्निकांकडे द्यावे. उत्तराचे स्पष्टीकरण नंतर स्पर्धकानें द्यावयाचे आहे. उत्तर व स्पष्टीकरण दोन्हीही बरोबर असतील तरच गुण मिळतील.

क) पहिल्या तीन मिनिटांच्या आत मिळालेल्या बरोबर उत्तरास दहा गुण मिळतील. त्यानंतरच्या तीन मिनिटांत बरोबर दिलेल्या उत्तरास पाच गुण मिळतील.

ड) दहा प्रश्न पूर्ण झाल्यावर प्रत्येक संघास मिळालेल्या गुणावरून विजयी संघ ठरविण्यात येईल.

ई) कोणत्याही वादामध्यें स्पर्धाप्रमुखांचा निर्णय अंतिम राहील व तो संबंधितांचेवर बंधनकारक राहील.

डॉ. रामस्वामी यांनी दोन्ही संघास नियम नीट समजलेत का ते विचारले. दोन्हीही संघांचा होकार मिळाल्यावर त्यांनी डॉ. कहाळेकर यांना स्पर्धा सुरू करण्याची विनंती केली.

डॉ. कहाळेकर यांनी ओव्हरहेड प्रोजेक्टरचे बटण ऑन केले आणि पडद्यावर पहिला प्रश्न आला.

प्रश्न क्र. १–रु

1 रुपया = 100 पैसे

$\frac{1}{4}$ रुपया = 25 पैसे

दोन्ही बाजूंचे वर्गमूळ काढून

$\frac{1}{2}$ रुपया = 5 पैसे

दोन्ही बाजूस दोनने गुणून

1 रुपया = 10 पैसे ??

कोणत्या पायरीवर नेमकी काय चूक झाल्यामुळ रुपयाचे अवमूल्यन झाले ते शोधा.

पाल व मुंबई संघांबरोबर प्रेक्षकही रुपयाची घसरण थांबविण्याचा प्रयत्न करत होते. बऱ्याच जणांना उत्तर सापडत नसल्याने त्यांच्या गाणताच्या ज्ञानाचेही अवमूल्यन होत होते.

मुंबई संघाने पहिल्या तीन मिनिटांच्या आतच त्यांचे उत्तर कागदावर लिहून डॉ. रामस्वामी यांच्याकडे दिले.

पालचा संघ धापा टाकत आल्यामुळे ते अजून प्रश्न सोडविण्याच्या मनस्थितीत नव्हते. त्यामुळे पहिल्या तीन मिनिटांच्या घंटेपर्यंत त्यांचे उत्तर गेले नाही. सर्वांना वाटले दुसऱ्या तीन मिनिटांत तरी हे उत्तर जाऊन निदान त्यांना पाच गुण तरी मिळतील. पण पाल संघाने सर्वांची निराशा केली. दुसरी तीन मिनिटे झाल्याची घंटा झाली. सर्वत्र शांतता पसरली. डॉ. रामस्वामींनी मुंबई संघाचे उत्तर वाचून दाखविले.

'चूक तिसऱ्या पायरीत आहे. तिसऱ्या पायरीवर दोन्ही बाजूंचे वर्गमूळ काढले आहे ते बरोबर नाही. दोन्ही बाजू वेगळ्या परिमाणात आहेत. त्यामुळे दोन्ही बाजूंच्या संख्या समान नसणार हे उघड आहे. अशा वेळी दोन्ही बाजूंचे वर्गमूळ घेऊन काढलेले अनुमानही चूकच असणार.'

डॉ. रामस्वामींनी मुंबई संघाचे उत्तर बरोबर आहे व ते पहिल्या तीन मिनिटांत आल्यामुळे त्यांना दहा गुण दिल्याचे जाहीर केलें.

टाळ्यांचा प्रचंड कडकडाट झाला.

बंगलोरच्या इन्स्टिटयूट ऑफ सायन्सचे डॉ. टिकेकर एक्सपर्टस् कॉमेंट् कस्टमसाठी उभे राहिले. प्रेक्षकांच्या उद्‌बोधनासाठी त्यांनी अशीच आणखी काही उदाहरणे सादर केली.

उदा. १) 1 मीटर = 100 सें. मी.

दोन्ही बाजूंचे वर्गमूळ काढून

1 मीटर = 10 सें. मी. ? ? ?

उदा. २) 1 रुपया $= 100$ पैसे

$$= 10 \text{ पैसे} \times 10 \text{ पैसे}$$

$$= \frac{1}{10} \text{ रुपया} \times \frac{1}{10} \text{ रुपया}$$

$$= \frac{1}{100} \text{ रुपया}$$

$$= 1 \text{ पैसा}$$

1 रुपया $= 1$ पैसा ???

पहिल्या प्रश्नअखेरचा गुणफलक झळकला–

मुंबई संघ १० गुण, पाल संघ ० गुण.

डॉ. रामस्वामींनी पुढील प्रश्नासाठी तयार राहण्याचा दोन्ही संघांना इशारा देऊन डॉ. कह्याळेकरांना दुसरा प्रश्न देण्याची विनंती केली.

प्रश्न क्र. २ – श्रीरामपूरचे प्रगत बागाईतदार श्रीमंत दगडूशेठ यांनी आपला मुलगा उत्तमराव याला पुण्यास शिक्षणासाठी पाठविले- उत्तमराव अभ्यास सोडून इतरच उद्योग उत्तम प्रकारे करायचे. इतर उद्योगासाठी पैसे कमी पडले की, वडिलांना तार पाठवायचे. SEND MONEY. बिचाऱ्या शिक्षणप्रेमी वडिलांनी उत्तमरावांना ३ वेळा पैसे पाठविले. चवथ्या वेळी अशीच तार आल्यावर त्यांनी उत्तमरावांना पत्र धाडले–

चि. उत्तमराव, अनेक आशीर्वाद.

$$\begin{array}{r} \text{SEND} \\ +\ \text{MORE} \\ \hline \text{MONEY} \end{array}$$

यामध्ये प्रत्येक अक्षर ० ते ९ अंकासाठी एकदाच वापरले आहे. SEND MORE MONEY ही बेरीज बरोबर येण्यासाठी प्रत्येक अक्षर कोणत्या अंकासाठी वापरले आहे ते शोधून कळवा म्हणजे उत्तर बरोबर असल्यास एक हजार रुपये पाठवितो. उत्तर त्वरीत यावे.

आपला प्रेमळ पिता,

दगडूशेठ

तुम्ही तर उत्तमरावचे जिगरी दोस्त. शोधा याचे उत्तर.

दोन्ही संघ व प्रेक्षक उत्तर शोधायला लागले. थोड्या अवधीतच दगडूशेठच्या प्रश्नाचा हिसका सर्वांच्या लक्षात आला. पैसे खर्च करण्याइतका हा प्रश्न सोपा नव्हता. हजार रुपये द्यायला तयार होणारा प्रेमळ पिता बावळट नाही हे सर्वांच्या ध्यानात आले होते.

मुंबई संघाने सहावे मिनिट संपता संपता आपले उत्तर दिले. पाल संघ सहावे मिनिट संपेपर्यंत उत्तर देऊ न शकल्याने त्यांनी सर्वांची निराशा केली.

डॉ. रामस्वामींनी मुंबई संघाचे उत्तर वाचून दाखविले.

$$\begin{array}{r} 9567 \\ +\ 1085 \\ \hline 10652 \end{array}$$

हे उत्तर बरोबर असल्यामुळे व दुसऱ्या तीन मिनिटात आल्यामुळे मुंबई संघास ५ गुण दिल्याचे जाहीर केले.

टाळ्यांच्या प्रचंड कडकडाटात डॉ. टिकेकर त्यांच्या एक्स्पर्टस् कॉमेंटस् देण्यासाठी उभे राहिले.

अशा प्रकारच्या उदाहरणांना सिम्पल ॲरिथमॅटिक म्हणतात असे सांगून, सर्वांच्या मेंदूला खुराक म्हणून त्यांनी आणखी काही उदाहरणे दिली. ही सर्व उदाहरणे सोडविण्यासाठी फक्त पहिल्या, दुसऱ्या वर्गाचे गणिताचे ज्ञान पुरेसे आहे.

1) $\begin{array}{r} \text{SAVE} \\ +\ \text{MORE} \\ \hline \text{MONEY} \end{array}$

2) $\begin{array}{r} \text{SPEND} \\ -\ \text{LESS} \\ \hline \text{MONEY} \end{array}$

3) $\begin{array}{r} \text{THREE} \\ +\ \text{FOUR} \\ \hline \text{SEVEN} \end{array}$

4) $\begin{array}{r} \text{NINE} \\ -\ \text{FOUR} \\ \hline \text{FIVE} \end{array}$

5) FORTY
TEN
TEN
———
SIXTY

6) READ
\+ THIS
———
PAGE

7) READ
\- THIS
———
PAGE

8) ABCDE
\+ EGHKL
———
EDCBA

८ व्या उदाहरणात 0 व 1 हे EGAKL मध्ये आहेत आणि A हा G पेक्षा मोठा आहे

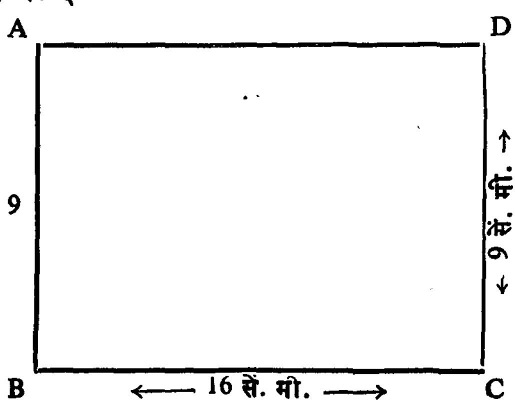
9) SEVEN
\+ SEVEN
\+ SIX
———
TWENTY

10) ONE
TWO
\+ FOUR
———
SEVEN

'या प्रश्नांची उत्तरे मी मुद्दाम देत नाही. उत्तरे दिल्यास लढण्यातली गंमत जाईल,' असे सांगून डॉ. टिकेकर आपल्या जागी जाऊन बसले. यानंतर दुसऱ्या प्रश्नअखेरचा गुणफलक झळकला. मुंबई संघ १५ गुण, पाल संघ ० गुण.

डॉ. रामस्वामींनी दोन्ही संघांना पुढील प्रश्नासाठी तयार राहण्याचा इशारा देऊन डॉ. म्हाळेकर यांना पुढील प्रश्न फळ्यावर दाखविण्याची विनंती केली.

प्रश्न क्र. ३–



ABCD या आयताची लांबी 16 सेमी व रुंदी 9 सेमी आहे. या आयताचे फक्त दोन तुकडे करून ते वेगळ्या पद्धतीने जुळवून चौरस मिळवा. कसे कराल ते सांगा.

वेळ सुरू झाल्याची घंटा झाली.

दोन्ही संघ व प्रेक्षक कामाला लागले.

तिसऱ्या मिनिटाला मुंबईचे उत्तर आले.

सर्वांनी टाळ्या वाजविल्या.

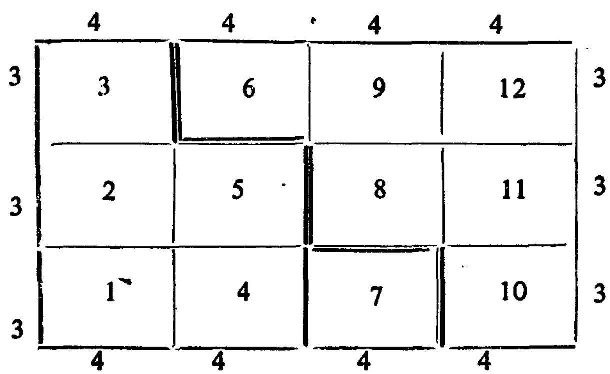
तीन मिनिटे पुरी झाल्याची घंटा झाली.

चौथ्या मिनिटाला पाल संघाचे उत्तर आले.

डॉ. रामस्वामी यांनी दोन्ही संघांची उत्तरे बरोबर असल्याचे सांगितले. मुंबई संघाचे उत्तर पहिल्या तीन मिनिटात आले म्हणून त्यांना दहा गुण दिले. पाल संघाचे उत्तर दुसऱ्या तीन मिनिटात आल्यामुळें त्यांना पाच गुण मिळाले.

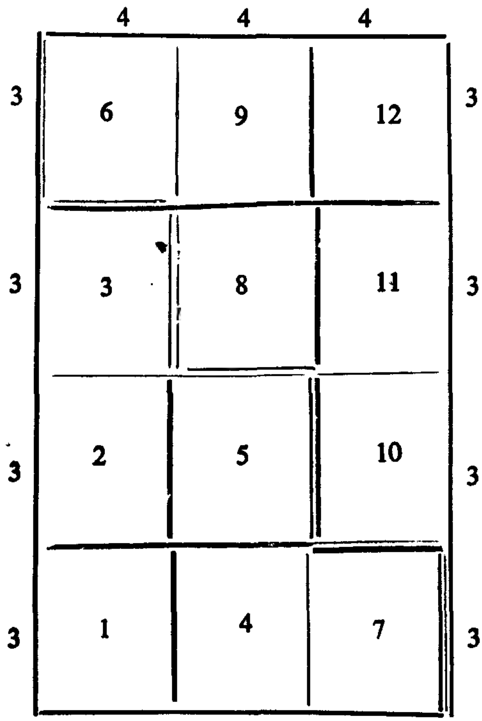
बरोबर उत्तर पडद्यावर दाखविण्यात आले ते असे –

१) 4 सेंमी लांब व 3 सेमी रुंद असे आकृतीत दाखविल्याप्रमाणे दिलेल्या आयताचे 12 लहान आयत तयार केले. कृती समजण्यासाठी त्यांना 1 ते 12 क्रमांक दिले आहेत.



२) आकृतीत दाखविलेल्या दुरेषेवरून काप घेऊन आयताचे

दोन भाग केले. भाग १ मध्ये आयत 1, 2, 3, 4, 5 व 7 पडतात. तर भाग दोनमध्ये आयत क्रमांक 6, 8, 9, 10, 11, 12 पडतात.



भाग २ (आयत क्र. 10, 11, 12, 8, 9, 6 असलेला) उचलून आकृतीत दाखविल्याप्रमाणे भाग 1 वर ठेवला. नवीन येणारी आकृती ही 12 सेमी बाजू असलेला चौरस मिळतो.

उत्तर पाहून सर्वजण चाट पडले.

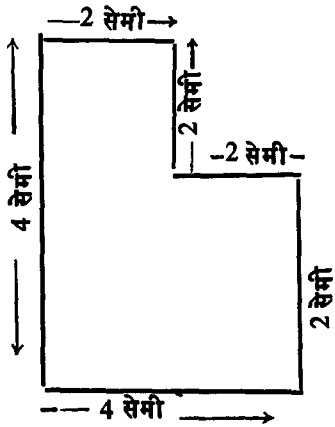
डॉ. टिकेकर त्यांच्या नेहमीच्या पद्धतीप्रमाणे फेऱ्या मारत एक्सपर्टस् कॉमेंटस् देऊ लागले.

‘हे उदाहरण सोडविण्यासाठी फार मोठे गणिताचे ज्ञान असण्याची गरज नाही. आपल्याजवळ असलेले ज्ञान दिलेल्या परिस्थितीत कौशल्याने वापरण्याची सवय असण्याची गरज आहे. आपल्याजवळ गणिताचे किती जास्त ज्ञान आहे (जास्त असले तर चालेल), यापेक्षा

असलेले ज्ञान किती विविध प्रकारे वापरता येते हे महत्त्वाचे आहे. यासारखी आणखी काही उदाहरणे सरावासाठी घ्या.

उदा. १ : चार सेमी बाजू असलेल्या चौरसाचे असे तीन तुकडे करा की, ते वेगळ्या पद्धतीने जुळविल्यावर त्यांपासून 8 सेमी लांब व 2 सेमी रुंद असणारा आयत मिळेल.

उदा. २ : या आकृतींचे चार एकरूप असणारे तुकड तयार करा.



उदा. ३ : आगपेटीतील पंधरा काड्या वापरून तीन चौरस तयार करा.

'उत्तरे शोधण्याचा तुमचा आनंद मी हिरावून घेऊ इच्छित नाही म्हणजेच याची उत्तरे मी सांगणार नाही, तुम्ही शोधा,' असे सांगून डॉ. टिकेकर आपल्या जागेवर जाऊन बसले.

यानंतर तिसऱ्या प्रश्नाअखेरचा गुणफलक झळकला. मुंबई संघ 25 गुण. पाल संघ 5 गुण.

मुंबई संघाच्या यशाची चर्चा प्रेक्षकात सुरू असताना चवथा प्रश्न पडद्यावर आला.

प्रश्न क्र. ४ : अभ्यास करताना रामूला रोज रात्री दोन मेणबत्त्या लागतात. मेणबत्ती जळून गेल्यावर जे मेण उरते, त्याचा तो

संग्रह करून ठेवतो आणि अशा 7 दिवसांच्या तुकड्यांची तो एक नवी मेणबत्ती तयार करून वापरतो. त्याच्याजवळ 266 मेणबत्त्या आहेत, तर या मेणबत्त्या त्यास किती दिवस पुरतील ?

मेणबत्त्यांबरोबर सर्वांनी आपले मेंदू जाळण्यास सुरुवात केली. उत्तर जमेलसे वाटायचे की काहीतरी चुकले म्हणून परत सुरुवात करायची. सहज जमेल असे वाटणारे उदाहरण सर्वांना चुकवीत होते, फसवीत होते. यात तीन मिनिटे केव्हा संपली व त्यांची घट केव्हा झाली याचा कोणालाच पत्ता लागला नाही. दुसऱ्या तीन मिनिटात दोन्ही संघांनी उत्तरे डॉ. श्रीनिवासन यांच्याकडे दिली. दोघांचीही उत्तरे बरोबर आहेत व दुसऱ्या तीन मिनिटांत आल्याने प्रत्येक संघास 5 गुण दिल्याचे जाहीर करण्यात आले. मागोमाग उत्तर पडद्यावर दाखविण्यात आले ते असे—

१) 266 मेणबत्त्या या $\frac{266}{2} = 133$ दिवस जळतील.

२) या 266 जळालेल्या मेणबत्त्यांपासून $\frac{266}{7} = 38$ मेणबत्त्या तयार होतील. या $\frac{38}{2} = 19$ दिवस जळतील.

३) या जळालेल्या 38 मेणबत्त्यांपासून $\frac{38}{7}$ म्हणजे 5 पूर्ण मेणबत्त्या व 3 जळालेल्या मेणबत्त्यांचे साहित्य मिळेल. या 5 मेणबत्त्यांपैकी 4 मेणबत्त्या दोन पूर्ण दिवस जळून एक मेणबत्ती शिल्लक राहील.

४) वरील 3 मध्ये, शिल्लक असलेल्या 3 जळालेल्या मेणबत्त्यांचे साहित्य व 4 मेणबत्त्या जळून मिळालेले साहित्य यातून एक पूर्ण मेणबत्ती मिळते. ही एक मेणबत्ती व वरील ३ मध्ये शिल्लक असलेली एक पूर्ण मेणबत्ती अशा दोन मेणबत्त्या एक दिवस वापरता येतील. याप्रमाणे वरील 4 पायऱ्यांपासून मिळणारे एकूण दिवस—

$= 133 + 19 + 2 + 1 = 155$ दिवस.

डॉ. टिकेकर एक्स्पर्टस् कॉमिटसाठी उभे राहिले व म्हणाले, ‘अशी उदाहरणे सोडविताना पुस्तकातील रीतीपेक्षा योग्य प्रकारे तर्क वापरण्याची गरज असते. असा तर्क वापरण्याचे शिक्षण गणिताच्या अभ्यासातून मिळते. आणखी काही अशी उदाहरणे पाहा.’

उदा. १ : आजचा दिवस खरोखरच भाग्याचा म्हटला पाहिजे. कारण श्रीमती मनोरमाबाई केसकरांच्या बागेतील सुचमेली, सोनराणी व राजमोगरा या तिन्ही प्रकारच्या झाडांची फुले एकाच दिवशी उमलली होती. या तिन्ही झाडांच्या फुलांचे वैशिष्टच आहे. ही फुले रात्री गळून पडतात व पुन्हा त्यांना अनुक्रमे 4, 7 व 13 दिवसांनी फुले येतात. तर सर्व प्रकारच्या झाडांना पुन्हा एकाच दिवशी किती दिवसांनी फुले येतील ?

उदा. २ : 16, 18, 22, 23, 24, 34 लिटर द्रव सामावेल अशा सहा बरण्यांपैकी एक रिकामी आहे. बाकीच्या बरण्यांपैकी काही बरण्यात पाणी आहे व काही बरण्यात दूध आहे. दुधाच्या बरण्यातील एकूण दूध पाण्याच्या बरण्यातील एकूण पाण्यापेक्षा दुप्पट आहे, तर रिकाम्या, दूध भरलेल्या व पाणी भरलेल्या बरण्या कोणत्या ?

डॉ. टिकेकर जागेवर जात असतानाच चौथ्या प्रश्नाअखेर झालेल्या स्पर्धेचा गुणफलक झळकला,

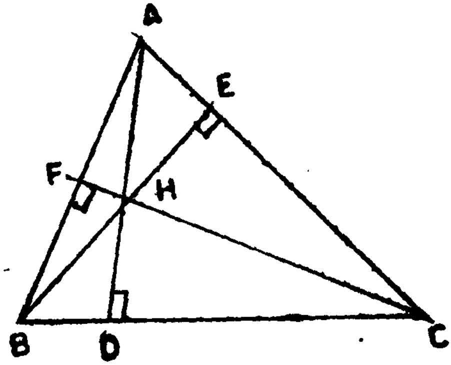
मुंबई संघ 30 गुण; पाल संघ 10 गुण.

मुंबई संघाने सुरुवातीपासून मिळविलेली आघाडी अजून टिकवून धरलेली होती. याबद्दल प्रेक्षकांच्यात चर्चा सुरू असतानाच पाचवा प्रश्न पडद्यावर आला व सर्वत्र शांतता पसरली.

प्रश्न क्र. ५ : एका प्रतलामध्ये चार बिंदू असे स्थापा की, त्यातील कोणत्याही दोन बिंदूंना जोडणारी रेषा ही उरलेल्या दोन बिंदूंना जोडणाऱ्या रेषांना लंब असेल. बिंदू स्थापण्याची रचना सांगा.

बाह्यतः फालतूक वाटणाऱ्या या प्रश्नाने सर्वांचेच डोके फिरवले. कोणी म्हणाले, प्रत्यक्ष कंपास व पट्टी घेऊन केल्याखेरीज हे जमणार

नाही. पहिली तीन मिनिटे संपून त्यानंतरची दोन मिनिटेही संपली. बरेच प्रेक्षक हताश होऊन आता बरोबर उत्तर कोण देतोय ते आतुरतेने पाहत होते. शेवटच्या दोन सेकंदात पाल संघाने उत्तराचा कागद दिला. प्रेक्षकांनी थोडचा बिचकतच टाळ्या वाजवल्या. कारण उत्तर वेळेत दिले तरी ते बरोबर आहे की नाही हे ठरायचे होते. डॉ. रामस्वामी यांनी पाल संघाचे उत्तर बरोबर आहे असे सांगताच टाळ्यांचा कडकडाट झाला. या कडकडाटात या प्रश्नाचे उत्तर पडद्यावर आले ते असे–



कोणतेही तीन A, B, C हे एका रेषेत नसणारे बिंदू घ्या. ABC या त्रिकोणाचा शिरोलंब संपात (आरथोसेंटर) हा चवथा बिंदू H घ्या. A B, C, H, यांपैकी कोणत्याही दोन बिंदूंना जोडणारी रेषा ही उरलेल्या दोन बिंदूंना जोडणाऱ्या रेषेस लंब आहे.

या प्रश्नाचे उत्तर इतके सोपे असून ते आपल्याला का सुचलं नाहीं याचा आश्चर्याने सर्वजण विचार करीत होते.

डॉ. रामस्वामींनी मुंबई संघास ० गुण व पाल संघास 5 गुण दिल्याचे जाहीर केले.

डॉ. टिकेकर कमरेवर हात ठेऊन सर्वांपुढे उभे होते.

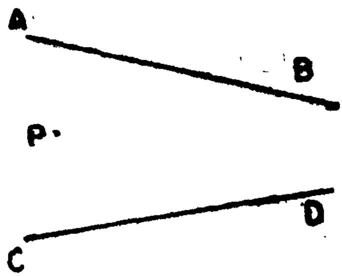
‘ मित्रांनो, आता अशीच डोक्याला मुंग्या आणणारी उदाहरणे पाहा. इतर उदाहरणांप्रमाणे काही उदाहरणे सोडविण्यास आपले

शाळकरी गणिताचे ज्ञान पुरेसे आहे.

पुढील रचना फक्त कंपास व पट्टीचा वापर करून करा. पट्टीचा उपयोग फक्त रेषा काढण्यासाठी करावयाचा आहे, लांबी मोजण्यासाठी नाही.

(i) AB व CD हे दोन रेषाखंड आहेत. यांतून जाणाऱ्या AB व CD या रेषांचा छेदनबिंदू आपणाला माहीत नाही.

P हा कोणताही एक बिंदू आहे. P या बिंदूतून जाणारी AB व CD या रेषांच्या छेदनबिंदूतून जाणारी रेषा काढा.



(AB व CD यांचा छेदनबिंदू माहीत नाही याचा अर्थ असा की AB व CD छेदतील अशा रेषा वाढवावयाच्या नाहीत किंवा त्यांच्या छेदनबिंदूंचा उत्तर काढण्यासाठी वापर करावयाचा नाही.)



(ii) A B C रेषाखंड AB व रेषाखंड BC यांची लांबी सारखी आहे. फक्त पट्टी वापरून AB चे तीन समान भाग करा.'

या प्रश्नांबरोबरच डॉ. टिकेकर यांची एक्सपर्टस् कॉमेंटस् सांगण्याची पाळी संपणार होती. त्यांनी उत्तम सहकार्याबद्दल आभार मानून सर्वांची रजा घेतली.

पाचव्या प्रश्नाअखेरचा सविस्तर गुणफलक प्रेक्षकांच्या पुढे आला.

प्र क्र. संघ	1	2	3	4	5	एकूण
मुंबई	10	05	10	05	00	30
पाल	00	00	05	05	05	15

पाल संघ अजूनही मागेच होता. तरी, पण त्याने शेवटच्या तीन प्रश्नात बरीच आघाडी मारून, आता तो केवळ १५ च गुणांनी मुंबई संघाच्या मागे होता. कोणता संघ जिंकेल याबद्दलचे तर्क आता जरा रंगात यायला लागले होते. पाल संघ जिंकण्याची शक्यता आहे असे आता बरेचजण म्हणू लागले होते. या चर्चेमुळे प्रेक्षकांच्यात सध्या बऱ्यापैकी गोंगाट सुरू झाला होता.

डॉ. रामस्वामींनी सर्वांना शांत राहण्याची विनंती करून डॉ. कहाळेकर यांना पुढील प्रश्न पडद्यावर दाखविण्याची विनंती केली.

प्रश्न क्र. ६ : 4 ही संख्या बरोबर चार वेळा वापरून आणि $+, -, \times, \div, \sqrt{\ }$ ही चिन्हे वापरून 0 ते 20 पर्यंत संख्या मांडा.

$$\text{उदा. } 0 = 44 - 44,\ 1 = \frac{44}{44}$$

$$2 = \frac{4}{4} + \frac{4}{4} \text{ याप्रमाणे.}$$

सूचना : या उदाहरणापुरती सलग 6 मिनिटे वेळ राहील. जो संघ 0 ते 20 पैकी जास्त संख्या या पद्धतीने मांडेल त्याला दहा गुण देण्यात येतील. कमी संख्या मांडणाऱ्या संघास पाच गुण देण्यात येतील.

हा प्रश्न सोडविण्यासाठी फक्त इयत्ता चौथी-पाचवीपर्यंतचे ज्ञान पुरेसे असल्यामुळे प्रेक्षकांमधील बहुतेक सर्व मंडळींनी हे उदाहरण सोडवावयास घेतले. पहिल्या सात आठ अंकांपर्यंत सर्वजणच झपाट्याने पोहोचले. त्यामुळे एक विशेष यशाचा आनंद सर्वांच्याच चेहऱ्यावर दिसत होता. पण पुढे मात्र या यशाचा वेग मंदावला. सर्वसामान्यांनाही प्रयत्न करता येईल असे या प्रश्नाचे स्वरूप असल्यामुळे सगळेजण प्रयत्न करत होते. यात पाच मिनिटे कशी गेली ते कोणालाच कळले नाही. सहा मिनिटे झाल्याची घंटा झाली. स्वयंसेवकाने दोन्ही संघांचे अंतिम

उत्तराचे कागद गोळा केले व प्रा. कह्राळेकरांच्याकडे दिले. डॉ. रामस्वामी यांच्या सूचनेप्रमाणे प्रथम मुंबई संघाचे उत्तर एपिडाया-स्कोपवरून सर्वांच्यासाठी पडद्यावर दाखविण्यात आले. मुंबई संघाचे उत्तर असे होते–

$0 = \frac{4}{4} - \frac{4}{4}$, $\quad 1 = \frac{4+4}{4+4}$, $\quad 2 = \frac{4}{4} + \frac{4}{4}$,

$3 = \frac{4+4+4}{4}$, $\quad 4 = 4 + \frac{4-4}{4}$ $\quad 5 = \frac{4 \times 4 + 4}{4}$

$6 = 4 + \frac{4+4}{2}$, $\quad 7 = 4 + 4 - \frac{4}{4}$, $\quad 8 = 4 + 4 + 4 - 4$,

$9 = 4 + 4 + \frac{4}{4}$, $\quad 10 = 4 + 4 + \frac{4}{\sqrt{4}}$ $\quad 11 = $ —,

$12 = 4 + 4 + \sqrt{4} + \sqrt{4}$, $\quad 13 = \frac{44}{4} + \sqrt{4}$,

सर्वांनी मुंबई संघाचे टाळ्या वाजवून कौतुक केले. त्यानंतर पाल संघाचे उत्तर पडद्यावर आले, ते असे–

$0 = 44 - 44 = \frac{4-4}{4+4}$, $\quad 1 = \frac{44}{44} = \frac{4 \times 4}{4 \times 4} = \frac{4+4}{4+4} = \frac{4 \div 4}{4 \div 4}$

$2 = \frac{4}{4} + \frac{4}{4} = \frac{\sqrt{4+4+4}}{4}$, $\quad 3 = \frac{4+4+4}{4} = \frac{4}{4} + 4 - \sqrt{4}$,

$4 = 4 + \frac{4-4}{4} = 4 + 4 - \sqrt{4} - \sqrt{4}$, $5 = \frac{4+4+4}{4} = \frac{4}{4} + \sqrt{4} + \sqrt{4}$

$6 = 4 + \frac{4+4}{4} = \sqrt{4+4+4} - \sqrt{4}$, $\quad 7 = 4 + 4 - \frac{4}{4} = \frac{4}{4} + 4 + \sqrt{4}$

$8 = 4+4+4-4 = \sqrt{4} + \sqrt{4} + \sqrt{4} + \sqrt{4}$ $\quad 9 = 4 + 4 + \frac{4}{4}$

$10 = 4 + 4 + \frac{4}{\sqrt{4}} = 4 + \sqrt{4} + \sqrt{4} + \sqrt{4}$ $\quad 11 = \frac{44}{\sqrt{4} + \sqrt{4}}$

$12 = 4 + 4 + \sqrt{4} + \sqrt{4} = \sqrt{4+4+4} + 4$, $\quad 13 = \frac{44}{4} + \sqrt{4}$,

$14 = 4 + 4 + 4 + \sqrt{4} = 4 + 4 - \frac{4}{\sqrt{4}}$ $\quad 15 = \frac{44}{4} + 4 = 4 \times 4 - \frac{4}{4}$

$16 = 4 + 4 + 4 + 4 = \frac{4 \times 4}{4 \div 4}$, $\quad 17 = 4 \times 4 + \frac{4}{4}$

$18 = \frac{44}{\sqrt{4}} - 4 = (4 \times 4) + 4 - \sqrt{4} = 4^{\sqrt{4}} + 4 - \sqrt{4}$

टाळ्यांचा कडकडाट संपल्यावर डॉ. रामस्वामी म्हणाले, 'मुंबई संघापेक्षा पालच्या संघाने जास्त उत्तरे तर बरोबर दिली आहेतच, पण शिवाय बऱ्याच उदाहरणांची दोन उत्तरे दिली आहेत. म्हणून मी या प्रश्नाचे पाल संघास दहा गुण व मुंबई संघास पाच गुण देतो. आता पहिल्या फेरीतील सहाव्या प्रश्नाअखेर अंतिम धाव-फलक पडद्यावर पाहा.'

प्रश्न क्र.	1	2	3	4	5	6	एकूण
मुंबई संघ	10	05	10	05	00	05	35
पाल संघ	00	00	05	05	05	10	25

'सहाव्या प्रश्नअखेर मुंबईचा संघ हा पालच्या संघापेक्षा 10 गुणांनी आघाडीवर आहे.' असे सांगून डॉ. रामस्वामी यांनी प्रा. म. रा. राईलकर यांना यानंतरच्या पुढील पाच प्रश्नांवर एक्सपर्टस् कॉमेंट करण्याची विनंती केली.

प्रा. म. रा. राईलकर आपली या प्रश्नावरील तज्ज्ञ टिपणी सर्वांना सांगू लागले.

'गणितप्रेमी बंधू-भगिनींनो,

या पद्धतीने आपण 0 ते 100 पर्यंतच्या संख्या मांडू शकतो. पण त्यासाठी आपल्याला गणितातील +, -, ×, ÷, $\sqrt{\ }$ याशिवाय आणखी दोन चिन्हांचा वापर करण्याची गरज आहे. त्यातील एक चिन्ह तुमच्या परिचयाचे आहे. ते म्हणजे दशांश चिन्ह. याचा उपयोग करून .4, .44 अशा संख्या मिळतात. दुसऱ्या चिन्हाचा परिचय शाळेतील विद्यार्थ्यांना नाही. हे चिन्ह आहे !. ! या चिन्हाचे वाचन इंग्रजीत फॅक्टोरीय असे करतात. $5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$, $3! = 3 \times 2 \times 1$. याप्रमाणे $4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1$, 24 = या दोन चिन्हांचा आणि + -, ×, ÷, $\sqrt{\ }$, ( ) चा उपयोग करून 0 ते 100 पर्यंतच्या संख्या कशा मांडता येतात ते पाहा. पालच्या संघाने 18 पर्यंतच्या संख्यामांडून दाखविल्या आहेत, म्हणून आपण 19 ते 100 पर्यंतच्या संख्या पाहू.

पडद्यावर 19 पासून 100 पर्यंतच्या संख्यांची मांडणी आली..

$19 = 4! - 4 - \frac{4}{4}$,

$20 = 4 \times 4 + \sqrt{4} + \sqrt{4}$,

$21 = 4! + \frac{4}{4} - 4$,

$22 = 4! + 4 - 4 - \sqrt{4}$,

$23 = 4! \frac{\sqrt{4} + \sqrt{4}}{4}$,

$24 = 4 \times 4 + 4 + 4$,

$25 = 4! + \frac{\sqrt{4} + \sqrt{4}}{4}$,

$26 = 4! + \sqrt{4} + 4 - 4$,

$27 = 4! + \frac{4}{4} + \sqrt{4}$,

$28 = 4! + 4 + 4 - 4$,

$29 = 4! + 4 + \frac{4}{4}$,

$30 = 4! + \sqrt{4} + \sqrt{4} + \sqrt{4}$,

$31 = 4! + \sqrt{4} + \frac{\sqrt{4}}{4}$,

$32 = 4! + 4 + \sqrt{4} + \sqrt{4}$,

$33 = 4! + 4 + \frac{\sqrt{4}}{4}$,

$34 = 44 - \frac{4}{4}$,

$35 = \left(\frac{4! + 4}{4}\right) \div \sqrt{4}$,

$36 = 44 - 4 - 4$,

$37 = \frac{4! + .4}{.4} - 4!$,

$38 = 44 - 4 - \sqrt{4}$,

$39 = 44 - \frac{\sqrt{4}}{4}$,

$40 = 44 - \sqrt{4} - \sqrt{4}$,

$41 = \frac{4! + \sqrt{4}}{-4} - 4!$,

$42 = 44 - \sqrt{4} - 4$,

$43 = 44 - \frac{4}{4}$,

$44 = 44 + 4 - 4$,

$45 = 44 + \frac{4}{4}$,

$46 = 44 + 4 - \sqrt{4}$,

$47 = 4! \sqrt{4} - \frac{4}{4}$,

$48 = 44 + \sqrt{4} + \sqrt{4}$,

$49 = 4! \sqrt{4} + \frac{4}{4}$,

$50 = 44 + 4 + \sqrt{4}$,

$51 = \frac{4! - \sqrt{4}}{.4} - 4$,

$52 = \frac{4!}{4} - 4 - 4$, $44 + 4 + 4$

$53 = 4! + 4 + \frac{\sqrt{4}}{.4}$,

$54 = \frac{4!}{.4} - 4 - \sqrt{4}$,

$55 = \frac{4!}{4} - \frac{\sqrt{4}}{.4}$,

$56 = \frac{4!}{.4} - \sqrt{4} - \sqrt{4}$,

धन्यवाद श्रीयुत गुणाकार × ३३

$57 = \frac{4! + .4}{-4} - -4,$ $58 = \frac{4!}{.4} - \frac{4}{\sqrt{4}},$

$59 = \frac{4!}{.4} - \frac{4}{4},$ $60 = \frac{4!}{.4} + 4 - 4,$

$61 = \frac{4!}{.4} + \frac{4}{4},$ $62 = \frac{4!}{.4} + 4 - \sqrt{4},$

$63 = \frac{.4! + 4}{.4} + \sqrt{4},$ $64 = \frac{4!}{.4} + \sqrt{4} + \sqrt{4},$

$65 = \frac{4!}{.4} + \frac{\sqrt{4}}{.4} = \frac{4! + 4.}{.4} + 4,$ $66 = \frac{4!}{.4} + 4 + \sqrt{4},$

$67 = \frac{4! + 4}{.4} + \sqrt{4},$ $68 = \frac{4!}{.4} + 4 + 4,$

$69 = \frac{4! + \sqrt{4}}{.4} + 4,$ $70 = \frac{4! + \sqrt{4} + \sqrt{4}}{.4},$

$71 = \frac{4! + 4 + 4}{.4},$ $72 = \frac{4! + 4}{.4} + \sqrt{4},$

$73 = 4!\sqrt{4} + (.\sqrt{4})^{-\sqrt{4}},$ $74 = \frac{4! + 4}{.4} + 4,$

$75 = \frac{4! + 4 + \sqrt{4}}{.4},$ $76 = (4 \times 4!) - (4! - 4),$

$77 = .\sqrt{.4}\sqrt{4} + (.\sqrt{4})^{-\sqrt{4}} = \frac{1}{14.}\sqrt{4} + 25 = 2^5 + 25 = 16 + 25 = 77,$

$78 = 4(4! - 4) - \sqrt{4},$ $79 = \frac{4! - \sqrt{4}}{.4} + 4!,$

$80 = \frac{4!}{.4} + 4! - 4,$ $81 = (4 - \frac{4}{4})^{4},$

$82 = \frac{4!}{.4} + 4! - \sqrt{4},$ $83 = \frac{4! - .4}{.4} + 4!,$

$84 = \sqrt{4}(44) - \sqrt{4},$ $85 = \frac{4! + .4}{.4} + 4!,$

$86 = \sqrt{4}(44) - \sqrt{4},$ $87 =$

$88 = 4(4!) - 4 - 4,$ $89 = \frac{4! + \sqrt{4}}{.4} + 4!,$

$90 = 4(4!) - 4 - \sqrt{4},$ $91 = 4(4!) - \sqrt{4}/.4,$

$92 = 4(4!) - \sqrt{4} - \sqrt{4},$ $93 =$

$94 = 4(4!) - 4 + \sqrt{4},$ $95 = 4(4!) - \frac{4}{4},$

$96 = 4(4!)+4-4$, $97 = 4(4!) + \frac{4}{4}$

$98 = 4(4!)+4-\sqrt{4}$, $99 = \frac{4!-4-.\sqrt{4}}{.\sqrt{4}}$,

$100 = 4(4!) + \sqrt{4} + \sqrt{4}$,

यानंतर याच प्रकारची आणखी काही उदाहरणे त्यांनी गृहपाठ म्हणून दिली.

1) 8 हा अंक आठ वेळा वापरून 1000 ही संख्या मिळवा.

2) 5 हा अंक तीन वेळा वापरून 30 ही संख्या मिळवा.

3) एकच अंक तीन वेळा वापरून 24 ही संख्या मिळवा.

4) 0 ते 9 हे दहा अंक फक्त एकदाच वापरून 1 ही संख्या मिळवा.

5) 9 हा अंक चार वेळा वापरून 100 मिळवा.

याशिवाय अशी आणखी काही उदाहरणे तयार करा असा जादा गृहपाठ देऊन प्रा. राईलकर आपल्या जागी परतले.

प्रेक्षकांनी गृहपाठ लगेचच करायला सुरुवात केली. एकमेक एकमेकास आपली उत्तरे दाखवू लागले. शाळेतील वर्गाप्रमाणे इथेही झकास गलका सुरू झाला तो पुढील प्रश्न पडद्यावर आल्यावर एकदम निवळला.

प्रश्न क्र. ७ : प्रा. राव सकाळी सहा वाजता नेहमीप्रमाणे फिरावयास बाहेर पडले. एका प्राथमिक शाळेवरून जाताना शाळेच्या एका वर्गात काही गडबड चालू असल्याचे त्यांच्या लक्षात आले. कुतूहलापोटी त्यांचे पाय त्या वर्गाकडे वळले. त्यांनी खिडकीतून डोकावले. वर्गात, सात आठ बदके फळ्यावर लिहिलेल्या उदाहरणावर त्यांच्या भाषेत चर्चा करत होती. फळ्यावरील उदाहरण

$$\begin{array}{r} 513 \\ +\ 234 \\ \hline 1151 \end{array}$$

हे उदाहरण बरोबर आहे की चूक ते सकारण सांगा.

वेळ सुरू झाल्याची घंटा झाली. बहुतेकांनी पहिल्या तडाख्यात

उदाहरण चूक असल्याचे ठरविले. जेमतेम दोन मिनिटे होताच मुंबई संघानेही हे उदाहरण चूक असल्याचे सांगितले. बहुसंख्य प्रेक्षकांशी हे उत्तर जमणारे असल्यामुळें त्यांनी न कळत मुंबईचे उत्तर आल्याबरोबर टाळ्या दिल्या. अजून पाल संघाचे उत्तर आले नसल्याने स्पर्धाप्रमुखांनी यावर काहीच मत व्यक्त केले नाही. पाल संघाचे उत्तर काय ते सांगा म्हणून संयोजकांना प्रेक्षक आग्रह करत होते. इतक्यात गणपा आपली खाली घसरणारी पोंगळ चड्डी वर ओढत म्हणाला, 'हे उदाहरण अगदी बरोबर आहे.' हे ऐकून प्रेक्षक अवाक् झाले. पण डॉ. रामस्वामी मात्र 'अगदी बरोबर' असे लगेच उद्गारले आणि त्यांनी हे बरोबर कसे ते स्पष्ट करण्याची विनंती गणपाला केली. स्पष्टीकरण बरोबर दिल्याखेरीज या प्रश्नाचे गुण मिळणार नाहीत हेही त्यांनी सांगितले.

गणपा नाकाला हात पुशीत म्हणाला,

'या उदाहरणातील अंक आपल्या नेहमीच्या अंकांसारखे नाहीत. म्हणजे ही अंकपद्धती आपल्या नेहमीच्या दशमान अंक पद्धतीची नाही. आपल्या दशमान पद्धतीत 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 असे दहा अंक असतात. या उदाहरणावर बदके चर्चा करत होती. बदकांच्या प्रत्येक पायास तीन बोटं असतात. म्हणजे आपल्या दोन्ही हातांना मिळून जशी दहा बोटे असतात तसे बदकाच्या दोन्ही पायांना मिळून सहा बोटे असतात. यावरून हे उदाहरण 6 पाया असणाऱ्या अंक पद्धतीतील असणार. म्हणजे या पद्धतीत 0, 1, 2, 3, 4, 5, असे सहा अंक असणार. त्यामुळे या पद्धतीत 6 म्हणजे 10, 7 म्हणजे 11, 8 म्हणजे 12 याप्रमाणे 5 पुढील संख्या असणार. याप्रमाणे मी ही बेरीज पडताळून पाहिली आणि ती बरोबर आली !'

गणपाचे स्पष्टीकरण संपतासंपताच डॉ. रामस्वामी 'यू आर परफेक्टली राईट' असे आनंदाने जोरात ओरडले. यातले फारसे काही उमगले नाही तरी पाल संघाचे उत्तर बरोबर आले म्हणून त्यांच्या बाजूने असणाऱ्या प्रेक्षकांनी टाळ्या वाजवून, 'बकप पाल संघ' वगैरे घोषणा दिल्या. डॉ. रामस्वामींनी मुंबई संघास शून्य गुण व पाल संघास दहा गुण दिल्याचे जाहीर केले. पुन्हा टाळ्या वाजवून प्रेक्षकांनी पाल

संघाचे कौतुक केले. पडद्यावर सातव्या प्रश्नअखेरीस गुणफलक झळकला.

प्रश्न/संघ	1	2	3	4	5	6	7	एकूण
मुंबई	10	05	10	05	00	05	00	35
पाल	0	0	05	05	05	10	10	35

पाल संघ मुंबई संघापेक्षा आपले कमी असणारे गुण भरून काढून आता मुंबई संघाबरोबर आला होता. त्यामुळे सर्वांनी पुन्हा एकदा टाळ्या व विविध घोषणा देऊन पाल संघास प्रोत्साहन दिले.

एक्स्पर्टस् कॉमेन्टस् देण्यासाठी प्रा. राईलकर प्रेक्षकांसमोर येऊन उभे राहिले आणि सर्वत्र शांतता पसरली.

'मित्रांनो, माणसानें मोजण्यासाठी हाताच्या बोटांचा वापर केला. हातांना दहा बोटे असल्यामुळे आपल्या संख्यापद्धतीचा पाया 10 आहे असे आपण म्हणतो. वस्तू मोजण्याची ही काही एकमेव पद्धत नाही. व्यवहारातसुद्धा आपण अन्य पद्धतींचा वापर करतो. 12 वस्तूंचा 1 डझन व 12 डझनांचा 1 ग्रोस म्हणजे आपल्या दशमान पद्धतीत 10 वस्तूंचा 1 दशक व 10 दशकांचे 1 शतक; याप्रमाणेच डझन, ग्रोस आहेत. म्हणजे डझन, ग्रोस ही पाया 12 असणारी संख्यापद्धती आहे. मूळचा गट किती वस्तूंचा घेतो त्यावर त्या संख्यापद्धतीचा पाया ठरतो.

बदक-संख्या पद्धतीत म्हणजे पाया 6 असणाऱ्या संख्या पद्धतीत 6 चा एक गट असतो. म्हणून 6 म्हणजे एक गट पूर्ण व वरती सुट्टे शून्य म्हणून 6 हे बदक संख्यापद्धतीत 10 होतात. याचप्रमाणे 7 हे 11 म्हणजे 6 चा एक गट व वरती 1 सुटा जादा. 8 हे 12, 9 हे 13, 10 हे 14, 11 हे 15, 12 हे 20. 12 म्हणजे 6 चे दोन पूर्ण गट व वरती शिल्लक काही नाही म्हणून शून्य.

दशमान पद्धतीत –

$342 = 3 \times 10^2 + 4 \times 10 + 6$

सहा पाया पद्धतीत

$342 = 3 \times 6^2 + 4 \times 6 + 2 \times 1$

$= 108 + 24 + 2$

$= 134$

दशमान पद्धतीमधील हेच 3456 = 134102 असे मांडतात.

याचप्रमाणे 5 पाया पद्धतीतील

$143 = 1 + 5 \times 4 \times 5 + 3$

$= 25 + 2 + 3$

$= 48$

दशमान पद्धतीतील $143_5 = 48_{10}$ असे मांडतात.

याचप्रमाणे 8 पाया पद्धतीत

$27 = 2 \times 8^4 + 7$

$= 16 + 7$

$= 23$

दशमान पद्धतीतील $27_8 = 23_{10}$ असे मांडतात.

याचप्रमाणे 2 पाया पद्धतीतील

$1011 = 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 + 2^1 + 1$

$= 8 + 0 + 2 + 1$

$= 23$

दशमान पद्धतीतील हेच $1011_2 = 23_{10}$ असे मांडतात.

या पद्धतीने कोणत्याही पायाच्या संदर्भात दिलेली संख्या ही दशमान पद्धतीतील कोणती संख्या असते हे शोधता येते.

आता आपण कोणत्याही पद्धतीतील संख्या एखादा विशिष्ट पाया असणाऱ्या पद्धतीत काय असेलहे पाहू. मी येथे फक्त रीत दाखविणार आहे. यातील ' का ? ' तुम्ही शोधायचा आहे.

i) 47 ही दशमान पद्धतीतील संख्या 4 पाया संख्या पद्धतीत मांडा. रीत : 47 ला 4 ने भागा. काही भागाकार येईल व काही बाकी राहील. भागाकार दर्शविणारी संख्या व त्यापुढे बाकी मांडा. येईल ते उत्तर.

भागाकार 4 पेक्षा कमी न आल्यास भागाकारास पुन्हा 4 ने भागा. भागाकार 2 4 पेक्षा कमी येईपर्यंत हे सतत करा. शेवटी येणारा 4 पेक्षा

कमी भागाकार व उजवीकडून डावीकडे असणाऱ्या बाक्या या भागाकारापुढे मांडा. येईल ते उत्तर.

4	37	9	2
	36	8	
	1	1	

37 दशमान पद्धतीतील = 211 पाया 4 मधील हेच $37_{10} = 211_4$ असे मांडतात.

ii) 25 ही दशमान पद्धतीतील संख्या 2 पाया संख्या पद्धतीत मांडा.

2	25	12	6	3	1
	24	12	6	2	
	1	0	0	1	

25 दशमान पद्धतीतील = 11001

हेच $25_{01} = 11001_2$ असे मांडतात.

iii) 135 ही दशमान पद्धतीतील संख्या 8 पाया संख्या पद्धतीत मांडा.

8	135	16	2
	8	16	
	55	0	
	48		
	7		

135 दशमान पद्धतीतील = 207 पाया 8 मधील हेच $135_{10} = 207_8$

याप्रमाणे दशमान पद्धतीत कोणत्याही संख्येचे दिलेला पाया असणाऱ्या संख्या पद्धतीत रूपांतर करता येते.

वेळेअभावी यावर जादा चर्चा करणे शक्य नाही. पुढील उदाहरणे कोणत्या पाया असणाऱ्या संख्यापद्धतीतील आहेत ते शोधा.

i) 11101 + 11011 = 111000   243 + 510 = 1153   ii) 243 + 510 = 1053

$$\begin{array}{r} 11101 \\ +\,11011 \\ \hline 111000 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 243 \\ +\,510 \\ \hline 1153 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 243 \\ +\,510 \\ \hline 1053 \end{array}$$

याप्रमाणे वजाबाकी, गुणाकार, भागाकार यांवरील उदाहरणे तुम्ही तयार करा माझी घटका भरल्यामुळे मी थांबतो.' प्रा. राईलकर आपल्या जाग्यावर जाऊन बसले. प्रेक्षक उदाहरणे सोडविण्यात गुंतले. आपापसात चर्चा, वाद सुरू झाले. पुढील प्रश्न पडद्यावर आल्या आल्या सारे वाद, चर्चा एकदम थिजल्या व सर्वांचे डोळे पडद्यावरील प्रश्नावर रोखले गेले.

प्रश्न क्र. ८ : दगड्या हा मोठा हुशार मुलगा होता पण गेली दोन वर्षे तो गणितात नापास झाल्यामुळे त्याच वर्गात म्हणजे सातवीत होता. तिसऱ्या वर्षी दगड्या सातवी पास झाला. (तिसऱ्या वर्षी पास होणारा मुलगा हुषार कसा? त्याचे गणित कच्चे असले तरी त्याच्याकडे इतर अनेक चांगले गुण होते.) दगड्या जीवनातील नेहमी चांगल्या भागाकडे पाहणारा होता. तिसऱ्या वेळी का होईना पण आपण पास झालो ना, तर मग मित्रांची तोंडे गोड केली पाहिजेतच. दगड्या तरातरा मिठाईच्या दुकानाकडे गेला. त्याला समोर बर्फी दिसली. त्याने बर्फीचा दर विचारला. बर्फी 32 रु. किलो होती. त्याने एक किलो बर्फी घेतली. तिथे पेढेही होते. त्याचा दरही 32 रु किलोच होता. दगड्याने दुकानदारास विचारले की, मी एक किलो बर्फीऐवजी एक किलो पेढे घेतले तर चालतील का? दुकानदाराने परवानगी दिली. एक किलो पेढ्यांचा पुडा दगड्याकडे दिला. दगड्याने बर्फीचा पुडा परत केला आणि पेढे घेऊन जाऊ लागला.

दुकानदार– ओ मिस्टर, पैसे द्याना.'

दगड्या– 'कसले पैसे?'.

दुकानदार– 'कसले म्हणजे? तुम्ही घेतलेल्या पेढ्याचे'

दगड्या– 'मी पेढे बर्फीऐवजी घेतलेत.'

दुकानदार– 'मग बर्फीचे पैसे द्या.'

दगड्या– 'पण मी बर्फी परत केली आहे. त्यामुळे त्याचे पैसे देण्याचा प्रश्नच उद्‌भवत नाही.'

झालं. दुकानदाराचं आणि दगड्याचं भांडण जुंपलं. दगड्या म्हणाला, 'मला पटवून द्या. मी तुम्हांला लगेच पैसे देतो.'

आता दोघांची मारामारी सुरू व्हायच्या आत तुम्हीच निर्णय द्या– कोण चुकले?

सर्वजणच प्रश्न वाचता वाचता हसत होते. प्रत्येकाला वाटत होते दगड्या म्हणतो ते बरोबर आहे. पण त्यांचेच दुसरे मन लगेच म्हणायचे की; दगड्या बरोबर असेल तर दुकानदाराला फुकटच 32 रुपयाला टोला बसणार. दुकानदार व दगड्या यांच्याप्रमाणे प्रेक्षकातही वाद सुरू झाले होते. दुकानदाराप्रमाणे अनेक प्रेक्षकही गोंधळून गेले होते. दगड्या पैसे द्यायचे नाकारतोय हे चूक आहे असे सर्वांनाच वाटत होते, पण चूक कसे ते पटवून देता येत नव्हते. प्रेक्षकातील ही चर्चा इतकी रंगली की एक वेळ सभागृहात प्रचंड गोंगाट–गोंधळ चालू झाला.

पहिली पाच मिनिटे होण्याच्या आतच मुंबई व पाल या दोन्ही संघांनी आपली उत्तरे डॉ. रामस्वामींकडे दिली. त्याबरोबर सारा गोंधळ एकदम गोठला. दोन्ही संघांची उत्तरे वाचून दोघांचीही उत्तरे बरोबर असल्याने दोन्ही संघांना 10 गुण दिल्याचे डॉ. स्वामींनी जाहीर केले. आठव्या प्रश्नअखेरचा गुणफलक पडद्यावर झळकला. दोन्ही संघांतील

प्र क्र. / संघ	1	2	3	4	5	6	7	8	एकूण
मुंबई	10	05	10	05	00	05	00	10	45
पाल	00	00	05	05	05	10	10	10	45

स्पर्धा अगदी घासून चालल्यामुळे प्रेक्षकांनी जोरात टाळ्या वाजवून व घोषणा प्रतिघोषणा देऊन आपला आनंद व्यक्त केला.

पण या आनंदात एक उणेपणा होता. दोन्ही संघांचे उत्तर काय व त्यांनी त्यात आपल्या उत्तराची कारणमीमांसा काय दिली असावी याबद्दलचे कुतूहल.

प्रा. राईलकर स्पष्टीकरणासाठी उभे राहिल्यावर सगळीकडे शांतता पसरली.

'दगड्याने सुरुवातीला घेतलेल्या बर्फीचे पैसे दिले असते तर दगड्याच्या म्हणण्याला अर्थ होता. दगड्याने सुरवातीला बर्फीचे पैसे

दिले नव्हते. त्यामुळे एक किलो बर्फी दगड्याच्या मालकीची नाही. जी वस्तू स्वतःच्या मालकीची नाही तिच्या बदल्यात दुसरी वस्तू मागणे चुकीचे नाही का? उदा. महाराष्ट्र राज्य माझ्या मालकीचे नसताना एखाद्याने पंतप्रधानांना महाराष्ट्राऐवजी मला गुजरात राज्य द्या असे म्हणण्यातला हा एक प्रकार आहे.

आता यासारखे एक गंमतशीर उदाहरण पाहा. बंड्या, खंड्या व रंग्या एका यात्रेला गेले. तेथे ते एका दुकानात शिरले. तिथे त्यांनी रिमोट कंट्रोलच्या मोटारी पाहिल्या. टाळी वाजवली की चालणारी मोटार दिशा बदलायची. या मोटारी त्यांना फारच आवडल्या. एका मोटारीची किंमत दहा रुपये होती. तिघांनीही या मोटारी घेण्याचे ठरविले. बंड्याने स्वतःचे दहा रुपये व रंग्या–खंड्याकडून प्रत्येकी दहा रुपये घेतले. असे जमलेले तीस रुपये, एका मित्राबरोबर गप्पा मारत असलेल्या दुकानाच्या मालकास दिले. मालकाने त्यांना तीन मोटारी दिल्या. बंड्या–खंड्या–रंग्या आपआपल्या गाड्या घेऊन दुकानाबाहेर पडले. मागोमाग गप्पा मारणारा दुकानदाराचा मित्रही बाहेर पडला. तीन मोटारी घेणारांना पाच रुपये सूट होती. मित्राशी बोलण्याच्या नादात हे पाच रुपये या तीन पोरांना देण्याचे राहून गेले हे दुकानदाराच्या लक्षात आले. दुकानदाराने गड्यास बोलावले व त्याच्या-कडे पाच रुपये देऊन ते त्या तीन मुलांना देण्यास सांगितले. गडी दुकानाबाहेर पडला. त्याने विचार केला, हे पाच रुपये हे तिघात कसे वाटून घेणार? म्हणून त्याने पाचपैकी दोन रुपये आपल्या खिशात घातले आणि तीन रुपयातील एकेक रुपया प्रत्येकास परत दिला.

आता आपण या मुलांनी दिलेल्या तीस रुपयांचा हिशोब लावू या. प्रत्येकास एक रुपया परत मिळाल्यामुळे प्रत्येकाला मोटार नऊ रुपयास पडली. म्हणजे तीन मोटारीचे $9 \times 3 = 27$ रुपये झाले. गड्याने दोन रुपये खिशात घातले. म्हणजे $27 + 2 = 29$ रुपये. तर आता मूळच्या तीस रुपयातला एक रुपया कोठे गेला ते शोधा. तुम्हांला जर हे शोधता आले नाही तर तो रुपया तुम्हीच चोरलात असा आळ तुमच्यावर येईल, तर लागा प्रयत्नाला.

या प्रकारची अनेक गंमतीची उदाहरणे आहेत. पण वेळेअभावी मी इथेच थांबतो.'

प्रा. राईलकर आपल्या जागेवर जाऊन बसले. सर्वजण चोरीचा आळ नको म्हणून गायब रुपया शोधण्यात गुंतले. कोणालाही गायब रुपया सापडायच्या आत प्रा. कहाळेकरांनी पुढील नववा प्रश्न पडद्यावर झळकवला.

प्रश्न क्र. ९ :

4	3	2
7	1	9
6	5	8

या चौरसातील अंकांची अशी फेररचना करा की, प्रत्येक आडव्या ओळी, उभ्या ओळी व दोन कर्ण यांमधील दोन अंकांच्या बेरजेतून तिसरा अंक वजा केला असता येणारी संख्या एकच येईल. याची एकूण तीन उत्तरे आहेत नमुन्यादाखल एक उत्तर दिले आहे. उरलेली दोन तुम्ही शोधा.

एक उत्तर :

2	1	4
3	5	7
6	9	8

कर्ण : $2 - 5 + 8 = 5, \quad 6 - 5 + 4 = 5.$

नेहमीच्या जादूच्या चौरसापेक्षा हा वेगळ्या प्रकारचा चौरस होता. त्यामुळे उत्तर काही पटकन येत नव्हते. बहुतेकांना वाटले याचं उत्तर

कोणत्याच संघाला पाच मिनिटात जमणार नाही. जिथं एक उत्तर मिळायची मारामार तिथं दोन उत्तरे कोठून येणार इतक्या कमी वेळात? प्रेक्षकांना असं वाटणं सहाजिक आहे. कारण मुलांच्या प्रश्नेचा अंदाज बांधणं अवघड असतं. आता चार मिनिटं झाली होती आणि शेवटचं मिनिट वाढू लागलं होतं. इतक्यात मुंबईच्या संघनायकानें आपलं उत्तर डॉ. रामस्वामींकडे दिले. दिलेले उत्तर बरोबरच असणार हे उघड असल्यामुळे सर्वांनी टाळ्यांचा कडकडाट केला. हा कडकडाट विरता विरता गणपाने आपले उत्तर पुढे केले. डॉ. रामस्वामींच्या हातात उत्तर देता देता गणपा भोवळ येऊन खाली पडला. त्याचे डोके नेमके टेबलाच्या कोपऱ्यावर आदळले. डोक्याला जखम होऊन त्यातून रक्त भळाभळा वाहू लागले. स्वयंसेवकांची धावपळ सुरू झाली. प्रेक्षक गोंधळून गेले. स्वयंसेवकांनी गणपाला उचलून आतल्या खोलीत नेले. प्रेक्षकांतील डॉक्टर मंडळी पुढे सरसावली. गणपाला प्रथमोपचार देण्यात आला.

दगड्या, धोंड्या व गणपा यांपैकी कोणाचेच दुपारचे जेवण झाले

2 — 1 + 4 = 5
3 — 5 + 7 = 5
6 — 9 + 8 = 5

2	1	4
- 3	- 5	- 7
+6	9	8
= 5	= 5	= 5

नव्हते. पोटात अन्न नाही, मामाच्या रागाची भीती आणि स्पर्धेचा ताण याचा हा परिणाम होता. हे लक्षात आल्यावर त्यांना वडा, बिस्किटे, कॉफी देण्यात आली. तसेच त्यांना थोडी विश्रांती देण्याचे ठरले.

गणपा जखमी झाल्यामुळे प्रेक्षक हळहळत होते. अनेकांची अस्वस्थता त्यांच्या चेहऱ्यावरही दिसत होती. या अस्वस्थतेतून प्रेक्षकांच्यात एक प्रकारचा गोंधळ माजला होता. तो थांबवणे आवश्यक होते. त्यासाठी त्यांना कशात तरी गुंतविण्याची आवश्यकता होती. हे जाणून प्रश्नांची उत्तरे सांगणे, गुण देणे, तज्ज्ञांची टिपणी हा कार्यक्रम डॉ. रामस्वामींनी सुरू केला.

दोन्हीही संघांची बरोबर उत्तरे पहिल्या तीन मिनिटात आल्यामुळे दोनही संघांना दहा गुण दिल्याचे डॉ. रामस्वामींनी जाहीर केले, सर्वांनी टाळ्या देऊन दोन्ही संघाचे कौतुक केले. नवव्या प्रश्नअखेरचा गुणफलक पडद्यावर झळकला

प्रश्न / संघ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	एकूण
मुंबई	10	05	10	05	00	05	00	10	10	55
पाल	0	0	05	05	05	10	10	10	10	55

दोन्ही संघांचे समान गुण झाल्यामुळे स्पर्धेची रंगत वाढत होती. प्रेक्षकांची उत्कंठा वाढत होती. कोण जिंकणार याबद्दल लागणाऱ्या पैजा वाढत होत्या.

प्रेक्षकांच्या माहितीसाठी दोन्ही संघांनी दिलेली बरोबर उत्तरे पडद्यावर दाखविण्यात आली.

(i)

8	1	4
3	5	7
6	9	8

8 + 1 - 4 = 5
3 - 5 + 7 = 5
- 6+9 + 2 = 5

8	1	- 4
3	- 5	+7
- 6	+9	+2
5	5	=5

कर्ण : 8 - 5 + 2.; 6 -- 5 + 4.

(ii)

2	1	6
3	5	7
4	9	8

- 2 + 1 + 6 =	5
3 - 5 + 7 =	5
4 + 9 - 8 =	5

+ 2	1	6
+ 3	+ 5	7
+ 3	9	+ 8
= 5	= 5	= 5

कण : 2 - 5 + 8.; 4 - 5 + 6,

उत्तरे पाहून प्रेक्षक चाट पडले. मुलांच्या हुषारीचे त्यांनी कौतुक केले. स्तुतीचा वर्षाव सुरू झाला.

प्रा. राईलकर तज्ज्ञ टिपणीसाठी उभे राहिले. सर्वत्र शांतता पसरली.

'जादूच्या चौरसाचे अनेक प्रकार आहेत. ते तयार करण्याचे तंत्रही तयार झाले आहे. पुढील काही जादूचे चौरस तुम्हांस दाद देतात का ते पाहा.'

(i)

1234	1234	1234
1234	1234	1234
1234	1234	1234

प्रत्येक चौरसात 1234 ही संख्या आहे. त्यामुळे यातील प्रत्येक आडव्या ओळींची, उभ्या ओळींची व कर्णांची बेरीज सारखी येणार हे उघड आहे.

आता प्रत्येक चौरसातील संख्येत असणारे अंक 1, 2, 3, 4 हे सर्व अथवा यांपैकी काही अंक वापरून नऊ वेगवेगळ्या चार अंकी संख्या अशा मिळवा की, तो जादूचा चौरस होईल. म्हणजे आडव्या, उभ्या ओळी व दोन्ही कर्ण यांची प्रत्येकी बेरीज सारखी येईल

(ii)

27	20	25
22	24	26
23	28	21

या जादूच्या चौरसाच्या आडव्या, उभ्या ओळी व कर्णांची प्रत्येकी बेरीज 72 आहे. पडताळून पाहा. या बेरजेच्या जादूच्या चौरसाचे गुणाकाराच्या जादूच्या चौरसात रूपांतर करावयाचे आहे. म्हणजेच आडव्या, उभ्या ओळी व कर्ण यांतील संख्यांचा गुणाकार सारखाच येईल. हे करण्यास प्रत्येक चौरसातील संख्येतील अंकांची अदलाबदल करण्यास परवानगी आहे.

हे दोन्हीही प्रश्न वाटतात इतके सोपे नाहीत. सामान्यपणे या

प्रश्नांची उत्तरे न देता ती गृहपाठ म्हणून मी देत असतो. पण गणिताची किमया काय असू शकते ते उमजावे म्हणून याची उत्तरे पाहा.

2243	1341	3142
3141	2242	1343
1342	3143	2241

आडव्या, उभ्या ओळी व कर्णांची बेरीज 6726 येते.

2^7	2^0	2^5
2^2	2^4	2^6
2^3	2^8	2^1

म्हणजेच

128	1	32
4	16	64
8	256	2

यातील आडव्या, उभ्या ओळी व कर्णातील संख्यांचा गुणाकार प्रत्येकी 4096 येतो.

जादूच्या चौरसांचे अनेक मनोरंजक व आश्चर्य वाटावे असे प्रकार आहेत. वेळेअभावी मी येथे थांबतो.'

प्रा. राईलकर जागेवर जाऊन बसलें.

जादूच्या चौरसांची किमया पाहून प्रेक्षक अवाक् झाले होते. आश्चर्याने अनेकांची बोटे तोंडात न कळत गेली होती.

इकडे गणपाच्या डोक्याला चांगले चार टाके घालावे लागले होते. तो आता शुद्धीवर आला होता. डॉक्टरांनी त्याला विश्रांती घेण्याचा सल्ला दिला होता. गणपा ते मानायला तयार नव्हता. आता फक्त शेवटचा प्रश्न आहे. सामन्याचा निकाल या प्रश्नावर अवलंबून आहे. तेव्हा थोड्या वेळासाठी मला परवानगी द्या, असा गणपाचा हट्ट होता. काहीजणांनी गणपाचे म्हणणे उचलून धरले. शेवटी डॉक्टर चिडले व म्हणाले, 'मी परवानगी देणार नाही. तुम्ही तुमच्या जबाबदारीवर काय हवा तो निर्णय घ्या काही बरंवाईट झाल्यास त्यास मी जबाबदार नाही. जीवापेक्षा स्पर्धा मोठी वाटणारांना मी काय सांगू?'

डॉक्टरांच्या या निर्णायक बोलण्यामुळे सारेच हबकले. गणपाला विश्रांती देण्याचे ठरले सर्वांनी दामटवून गणपाला झोपविले.

डॉ. रामस्वामींच्या आगमनाने आश्चर्याच्या खाईत लोटलेले प्रेक्षक भानावर आले. डॉ. रामस्वामी म्हणाले, 'आता स्पर्धा सुरू होत आहे. गणपाची प्रकृती सुधारत आहे. गणपास डॉक्टरांनी विश्रांतीचा सल्ला दिल्यामुळे गणपाऐवजी सदानंदचा या संघात समावेश करण्यास परवानगी दिली आहे.'

मुंबईचा संघ स्थानापन्न झाला. पालचा संघही आला. आता दगड्या, धोंड्याबरोबर गणपाऐवजी त्याच्यासारखंच शेंबडं पोरगं सद्या. गणपाच्या जागी येऊन बसलं होतं. सर्वांनी टाळ्या वाजवून दोन्ही संघांचं स्वागत केलं. गणपाशिवाय पालच्या संघाचा टिकाव मुंबई संघापुढे कसा काय लागणार याची उत्सुकता सर्वांनाच लागली होती.

आता शेवटचा म्हणजे दहावा प्रश्न दोन्ही संघांना देण्यात येणार होता. दोन्ही संघांचे समान गुण झाल्यामुळे सर्वांचेच लक्ष या प्रश्नाचे उत्तर बरोबर कोण देतो याकडे होते. हा प्रश्न म्हणजे सामन्याचा निर्णय होता. पडद्यावर कोणता प्रश्न येतोय इकडे सर्वजण श्वास रोखून पाहत होते. इतक्यात ओव्हरहेडचे बटण दाबल्याचा आवाज आला.

प्रश्न क्र. १० : 8 ते 9 हे सर्व अंक वापरून एक नऊ अंकी संख्या अशी तयार करा की ती सर्वात लहान पूर्ण वर्ग संख्या असेल. त्याचप्रमाणे सर्वात मोठी पूर्ण वर्ग असणारीही संख्या तयार करा.

सर्वांनी आपआपल्या घड्याळ्यात सुरुवातीची वेळ पाहिली. प्रेक्षकातले काही नेहमीप्रमाणे आपल्याला उत्तर येते का ते पाहत होते. थोड्या प्रयत्नानंतर बऱ्याच जणांच्या ध्यानात आले की हा प्रश्न इतका सोपा नाही. बहुतेकांनी प्रयत्न सोडून दिला. काहीजण मात्र जिद्दीनें अंकांशी झटापट करत होते. आता तीन मिनिटे संपायला फक्त पाच सेकंद कमी होते. साऱ्यांच्या नजरा व्यासपीठाकडे वळल्या. तीन मिनिटे झाल्याची घंटा वाजली. कोणाकडूनच उत्तर आले नाही.

आता शेवटची तीन मिनिटे सुरू झाली. दोन्ही संघातील विद्यार्थी जिद्दीने अंकांशी झटत होते. आपापसात चर्चा करत होते. सर्वजण त्यांच्या चेहऱ्यावरील हावाभावांवरून उत्तराबद्दल अंदाज बांधत होते. ही दुसरी तीन मिनिटे संपायलाही आता फक्त पाचच सेकंदे अवकाश होता. इतक्यात मुंबईच्या संघाने आपला उत्तराचा कागद डॉ. रामस्वामी यांच्याकडे दिला. त्याबरोबर सर्वांनी टाळ्यांचा कडकडाट केला. ' मुंबई संघाचा विजय असो ' अशा घोषणाही दुमदुमू लागल्या. या कल्लोळात तीन मिनिटे संपल्याची घंटा वाजल्याचा लोकांना पत्ताही लागला नाही. मुंबई संघ विजयी आहे असे समजूनच प्रेक्षकांच्यातील चर्चा चालू होती. इतक्यात माईक सुरू झाल्याचा घुंई आवाज आला. सगळीकडे शांतता पसरली.

डॉ. रामस्वामी माईकवरून बोलू लागले.

माझ्याकडे मुंबई संघाकडून शेवटची तीन मिनिटे पुरी होण्याच्या आत उत्तर आले आहे, ते मी प्रथम वाचून दाखवतो.

' सर्वात लहान पूर्ण वर्ग संख्या 1 2 3 4 5 6 7 8 9.' सर्वांनी जोराने पुन्हा टाळ्या वाजवल्या.

' मुंबई संघाचा विजय असो ' अशा घोषणाही झाल्या. ' प्लीज ऑब्झर्व्ह सायलेन्स ' असा इशारा डॉ. रामस्वामींनी दिल्यावर सगळीकडे शांतता पसरली. नंतर रामस्वामी पुढे बोलू लागले.

'123456789' ही संख्या सर्वात लहान नऊ अंकी संख्या आहे. परंतु ती संख्या पूर्ण वर्ग नाही. त्यामुळे मुंबई संघास याबद्दल एकही गुण देता येत नाही.'

प्रेक्षकांच्यातले वातावरण एकदम बदलले. काहींनी मुंबई संघाची टर उडवली. काही गटात किरकोळ बाचाबाचीही झाली.

सर्वांनी शिस्तीने व शांततेने वागावे असे आवाहन करून डॉ. रामस्वामी म्हणाले,

'मुंबईच्या संघाने दुसरे उत्तर दिलेले नाही. या प्रश्नाचे उत्तर पडद्यावर तुमच्या माहितीसाठी पाहा.'

सर्वांच्या नजरा पडद्याकडे वळल्या. प्रा. कहाळेकरांनी ओव्हरहेड प्रोजेक्टरवर दुसरी ट्रान्स्परन्सी लावली आणि पडद्यावर उत्तर झळकले—

सर्वात लहान पूर्ण वर्ग संख्या –
$139854276 = (11826)^2$
सर्वात मोठी पूर्ण वर्ग संख्या –
$923187456 = (30384)^2$

सर्वजण आ वासून उत्तराकडे पाहत होते. काहींनी तर आश्चर्याने हाताची पाचची पाच बोट तोंडात घातली. काहीजण उत्तर लिहून घेण्यात गुंतले होते. हे उत्तर कसे काढले असेल याच्या रीतीची चर्चा काहींच्यात चालू होती.

गणपा असता तर हा सामना इथेच निकाली झाला असता असे बऱ्याच जणांना वाटत होते गणपाला भाग घेता आला नाही याबद्दल अनेकजण हळहळत होते गणपाला बरे वाटून स्पर्धेच्या पुढील भागात तरी उतरता यावे यासाठी काहीजण प्रार्थना करत होते. खेडेगावच्या एका अपरिचित गबाळचा पोराने आपल्या बुद्धिमत्तेच्या जोरावर अनेकांची मने जिकली होती.

सयोजकांनी सामना बरोबरीचा झाल्याचे जाहीर करण्यापूर्वीच प्रक्षकांच्या ते ध्यानात आले होते. आता पुढे काय, यावर प्रेक्षकात चर्चा चालू होती. कोणी म्हणत होते पुढील स्पर्धेत गणपा असला तरच पाल संघ जिंकणार. तर कोणी म्हणत होते तो नसतानाही हा संघ

जिंकेल. तर काहींचं म्हणणं गणपा असो वा नसो, मुंबई संघच हा सामना खेचून नेणार. अशा विविध तर्कवितर्कांनी सभागृह ढवळून निघाले होते.

डॉ. रामस्वामीनी सर्वांना शांत राहण्यास पुन्हा सांगितले.

सर्वत्र शांतता पसरली.

ओव्हरहेड प्रोजेक्टरवरून दोन्ही संघांचे प्रश्नवार गुण व एकूण गुण पडद्यावर दाखविण्यात आले.

प्र. क्र. / संघ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	एकूण
मुंबई	10	05	10	05	00	05	00	10	10	00	55
पाळ	0	00	05	05	05	10	10	10	10	00	55

'दोन्ही संघांना समान गुण मिळाल्यामुळे विजयी संघ ठरविण्यासाठी आणखी पाच प्रश्न विचारले जातील व त्यावरून अंतिम निर्णय ठरविला जाईल. दोन्ही संघांनी उत्तम लढत दिल्याबद्दल दोन्ही संघांचे हार्दिक अभिनंदन. पुढील पाच प्रश्नांची फेरी सुरू होण्यापूर्वी दहा मिनिटे मध्यंतर देण्यात येईल. ठीक पाच वाजता दुसरी फेरी सुरू होईल. सूचना संपली !'

डॉ. रामस्वामी माईक बंद करून कार्यकर्त्यांशी बोलण्यात गुंतले. कोणता संघ बाजी मारणार यावर वादविवाद करीत प्रेक्षक चहासाठी बाहेर पडत होते.

बरोबर पाचला तीन मिनिटे कमी असताना डॉ. रामस्वामी व सामन्याच्या संबंधातील अन्य पदाधिकारी आपआपल्या जागेवर येऊन बसले. सर्वत्र शांतता पसरली. या शांततेन हॉलबाहेरील लोकांना सामना सुरू होत असल्याची वर्दी दिली. त्याबरोबर बाहेरील सर्वजण भराभर आत येऊन बसले. हॉल पूर्णपणे भरून वाहत होता.

लगेच मुंबई संघाचे विद्यार्थी आले. सर्वांच्या टाळ्यांनी त्यांचे स्वागत केले. आणि एकदम शांतता पसरली. पालच्या संघात आता गणपा येतोय की नाही इकडे श्वास रोखून सर्वांचे डोळे लागले होते.

पाल संघाचा दगडचा जागेवर येऊन बसला. नंतर धोंड्या येऊन बसला. पण कोणीच टाळ्या वाजवल्या नाहीत. आता तिसरा सदचा की गणपा इकडे श्वास रोखून सर्वांचे डोळे लागले होते. इतक्यात डोक्याला पांढरी पट्टी बांधलेला गणपा बाहेर आला. त्याबरोबर सर्वांनी बाके वाजवून त्याचे स्वागत केले. दहावा प्रश्न व मध्यंतर यात त्याला बऱ्यापैकी विश्रांती मिळाल्याने, स्पर्धेत भाग घेण्यास डॉक्टरांनी कशीबशी परवानगी दिली होती.

बरोबर पाचला घंटा खणाणली.

सर्वत्र शांतता पसरली.

डॉ. रामस्वामींनी सर्वांना शांत राहून सहकार्य देण्याची विनंती केली आणि सामन्याच्या दुसऱ्या फेरीला सुरवात झाली.

प्रा. कहाळेकरांनी ओव्हरहेड प्रोजेक्टरचे बटण ऑन केले व दुसऱ्या फेरीतील पहिला प्रश्न पडद्यावर आला.

प्रश्न क्र. १ : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 यांपैकी क्रमाने येणारे पाच अंक वापरून एक पाच अंकी संख्या तयार करायची आहे. या संख्येतील अंक मात्र क्रमानेच असले पाहिजेत असे नाही. तयार केलेली संख्या अशी हवी की, पहिल्या दोन अंकांनी मिळणाऱ्या संख्येस मधल्या अंकाने गुणले असता शेवटच्या दोन अंकांनी तयार होणारी संख्या मिळते.

प्रेक्षक उदाहरण वाचून प्रयत्न करायला सुरवात करत होते. जेमतेम एक मिनिट झाले असेल नसेल तोच दोन्ही संघांनी आपली उत्तरे डॉ. रामस्वामींकडे आणून दिली. प्रेक्षक एकदम चाटच झाले.

डॉ. रामस्वामींनी दोन्ही उत्तरे बरोबर असून ती पहिल्या तीन मिनिटांत आल्यामुळे दोन्ही संघांना प्रत्येकी दहा गुण दिल्याचे जाहीर केले.

प्रेक्षकांच्या माहितीसाठी सर्वांना उत्तरही सांगितले. अपेक्षित संख्या 13452.

वेळेअभावी तज्ज्ञांच्या टिपणीचा कार्यक्रम या व पुढील प्रश्नांवर होणार नाही असेही त्यांनी जाहीर केले. तसेच त्याबद्दल दिलगिरीही व्यक्त केली.

अनेकांना हा उद्‌बोधनपर कार्यक्रम हवा होता, पण परिस्थितीमुळे तो होत नाही याबद्दल त्यांनी हळहळ व्यक्त केली. दोन्ही संघांच्या मानाने हा प्रश्न अगदीच सोपा होता. पुढील प्रश्न बहुधा याची कसर भरून काढणार असा अंदाज प्रेक्षक बांधून होते.

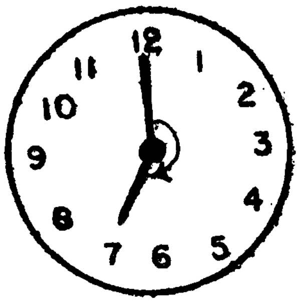
डॉ. रामस्वामींनी दुसरा प्रश्न पडद्यावर दाखविण्याची विनंती प्रा. कह्याळेकर यांना केली.

प्रश्न क्र २ : सात व आठ वाजण्याच्या दरम्यान मिनिटकाटा व तासकाटा एका रेषेत किती वाजता येतील ?

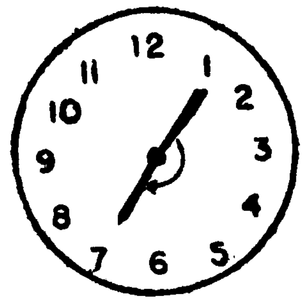
दोन ओळीचा छोटा प्रश्न, दिसायला अगदी साधा होता. पण प्रत्यक्ष प्रयत्न करायला लागल्यावर सर्वांच्या असे लक्षात आले की हे प्रकरण तितके सरळ नाही. काही जणांनी तर आपल्या हातातली घड्याळे काढली. त्यात सात वाजवले. नंतर मिनिटकाटा पुढे सरकवत दोन्ही काटे एका रेषेत आणून उत्तर देण्याचा प्रयत्न केला. यातून त्यांच्या एवढेच लक्षात आले की, सात वाजून पाच मिनिटानंतर हे घडते. पण पुढचा अपूर्णांक काही घड्याळावरून निश्चित करता येत नव्हता. तसेच नुसत्या उत्तराचाही काही उपयोग नव्हता. गणिताने हे काढले कसे याची रीत सांगणे अपेक्षित होते. पहिली तीन मिनिटे संपल्याची घंटा झाली तरी कोणालाच या प्रश्नाचे उत्तर आले नव्हते. आता शेवटची तीन मिनिटे बाकी असल्याने दोन्ही संघांची उदाहरण सोडविण्याची घाई सर्वांच्याच लक्षात आली होती. शेवटचे एक मिनिट बाकी होते. पालच्या संघाचे उत्तर डॉ. रामस्वामींकडे दगड्याने नेऊन दिले. आता मुंबई संघाचे उत्तर येते का नाही इकडे सर्वांचे लक्ष होते. शेवटची १५ सेकंदे बाकी असताना मुंबई संघाचेही उत्तर दिले गेले. प्रेक्षकांचे लक्ष आता उत्तराकडे लागले होते.

डॉ. रामस्वामी आपला निर्णय देत होते. 'दोन्ही संघाची उत्तरे दुसऱ्या तीन मिनिटांत आली आहेत. त्यापैकी पाल संघांचे उत्तर बरोबर आहे व मुंबई संघाचे उत्तर चूक आहे. त्यामुळे पाल संघास पाच गुण व मुंबई संघास शून्य गुण मिळतील. परंतु हे उत्तर कसे आले याचे स्पष्टीकरण पाल संघाने बरोबर दिल्यावरच ते गुण त्यांना मिळतील, पाल संघाच्या एकाने येथे येऊन ते स्पष्टीकरण द्यावे.'

गणपाला थोडे अस्वस्थ वाटत होते म्हणून तो डोळे मिटून बसलेला होता. गणपाला विश्रांती मिळावी म्हणून लिहून दिलेले स्पष्टीकरण दगड्याने वाचून दाखविले.



(I)



(II)

(i) सात वाजता मिनिटकाटा हा तास काट्याच्या मागे 35 मिनिटांच्या भागांनी आहे.

(ii) तास व मिनिटकाटा एका रेषेत येतील तेव्हा दोन्हीमधील फरक 30 मिनिटांच्या भागाइतका असायला हवा. म्हणजे सात वाजता दोन काट्यात असणारा फरक ५ मिनिटांच्या भागाने कमी व्हायला हवा.

(iii) 60 मिनिटे वेळात मिनिटकाटा हा तासकाट्याच्या पुढे जातो. म्हणजेच 55 मिनिटांच्या भागांनी पुढे जातो, म्हणजेच 55 मिनिटांच्या भागाच्या फरकासाठी 60 मिनिटे वेळ तर 5 मिनिटाच्या भागासाठी किती मिनिटे लागतील, हे आपण काढू.

$\frac{60}{55} \times 5 = \frac{60}{11} = 5\frac{5}{11}$ मिनिटे वेळ

(iv) सात वाजून $5\frac{5}{11}$ मिनिटांनी तास व मिनिटकाटा सरळ-रेषेत असतील.

परीक्षकांनीं आपले स्पष्टीकरण बरोबर की चूक काही सांगण्यापूर्वीच डोक्यावरची टोपी कपाळावर ओढीत दगड्या जागेवर जाऊन बसला. प्रेक्षकांच्या टाळ्यांनीच परीक्षकांचा निर्णय देऊन टाकला.

डॉ. रामस्वामींनीं टाळ्यांच्या निर्णयास दुजोरा दिला. अत्यंत मुद्देसूद स्पष्टीकरणाबद्दल पाल संघाचे त्यांनी कौतुक केले. आणि ते पाच गुणास पात्र असल्याचे जाहीर केले.

दुसऱ्या प्रश्नअखेरची स्थिती दाखविणारा गुणफलक पडद्यावर झळकला.

प्रश्न / संघ	1	2	3	4	5	एकूण
मुंबई	10	0				10
पाल	10	5				15

सर्वांनी टाळ्यांच्या गजरात पाल संघाच्या आघाडीचे कौतुक केले. डॉ. रामस्वामींच्या सूचनेप्रमाणे प्रा. कहाळेकरांनी तिसरा प्रश्न पडद्यावर प्रक्षेपित केला.

प्रश्न क्र. ३ : ज्या दोन संख्यांची (पूर्णांक अथवा अपूर्णांक) बेरीज व गुणाकार सारखा येईल अशा संख्यांच्या तीन जोड्या सांगा. तसेच अशा संख्या मिळविण्याचा नियम सांगा.

स्पर्धक व प्रेक्षक सगळ्यांनीच थोड्या प्रयत्नानंतर या संख्या पूर्णांक असू शकत नाही हे जाणले. त्यांनी पूर्णांकाचा नाद सोडून दिला व आता अपूर्णांकाशी ते झगडत होते. अगदी ५ वी ते १० वी वर्गातील

गणिताचे ज्ञान हा प्रश्न सोडविण्यास पुरेसे होते. पण त्याने मी मी म्हणणाऱ्याच्या नाकात दम आणला. प्रयत्न करता करता गणपा थांबला. त्याला खूप थकल्यासारखे वाटत होते. त्याने पिण्यासाठी पाणी मागविले. पाणी पिऊन उदाहरणाच्या वाटेस न जाता डोळे मिटून बसून राहिला. इकडे दगड्या, धोंड्या उदाहरणाशी झगडत होते. पहिली तीन मिनिटे कशी गेली ते कोणास कळलेही नाही. पाचव्या मिनिटाला मुंबई संघाने उत्तर दिले. प्रेक्षकांनी टाळ्या वाजविल्या. या आवाजाने गणपा जागा होऊन उदाहरणाच्या खनपटीस बसला. गणपाने उत्तर मिळाल्याची चुटकी वाजवली आणि आपले उत्तर दगड्याकडे दिले. दगड्याने ते डॉ. रामस्वामींकडे दिले. पण या वेळेपर्यंत दुसरी तीन मिनिटे झाल्याची घंटा होऊन दहा–बारा सेकंदे झाली होती. दगड्या, धोंड्या, गणपा उदाहरण सोडविण्यात गर्क होते त्यामुळे त्यांना याची कल्पना नव्हती. अगदी अटीतटीने चाललेल्या या सामन्याकडे प्रेक्षक डोळ्यांत तेल घालून पाहत असल्याने त्यांना याची जाणीव होती. निर्णयाकडे सारेजण कान लावून सज्ज होते.

डॉ. रामस्वामींनी निर्णय सांगण्यास सुरुवात केली. 'दोन्हीही संघांची उत्तरे बरोबर आहेत. पण पाल संघाचे उत्तर बरोबर असूनही वेळेत न आल्याने ते ग्राह्य धरता येत नाही . . .'

फक्त १०–१२ सेकंदासाठी पाल संघाची संधी हुकल्याबद्दल अनेकांनी हळहळ व्यक्त केली, तर मुंबईकरांना पाठिंबा देणारांना हायसे वाटले.

डॉ. रामस्वामी पुढे म्हणाले,

' . . . त्यामुळे मुंबई संघास पाच गुण व पाल संघास शून्य गुण देण्यात येत आहेत. आता प्रश्न क्र. ३ अखेरचा गुणफलक पाहा.'

वेळ अपुरा असल्यामुळे कार्यभाग भराभरा उरकण्याच्या नादात डॉ. रामस्वामी मुंबई संघाने उत्तर काय दिले ते सांगण्याचे विसरून गेले. डॉ. रामस्वामी आत्ता उत्तर सांगतील म्हणून समंजस प्रेक्षक गप्प होते. डॉ. रामस्वामींना आपण प्रेक्षकांना उत्तर सांगितले नाही याचे भान

प्रश्न क्र. / संघ	1	2	3	4	5	एकूण
मुंबई	10	00	05			15
पाल	10	05	00			15

नसल्यामुळे त्यांनी प्राध्यापक कहाळेकरांना पुढील प्रश्न पडद्यावर प्रक्षेपित करण्याची सूचना केली.

या सूचनेबरोबर प्रेक्षकांतून एकदम आरडाओरड सुरू झाली.

'प्रश्नाचे उत्तर सांगा.'

'दडपून मुंबई संघाकडे झुकते माप टाकू नका.'

अशा एक ना अनेक वक्तव्यांची सरबत्ती प्रेक्षकांतून सुरू झाली.

डॉ. रामस्वामींनी या कोलाहलाची दखल घेतली. घाईत प्रश्नाचे उत्तर सांगण्याचे राहून गेल्याबद्दल दिलगिरी व्यक्त केली आणि उत्तर सांगण्यास सुरुवात केली.

(I) पहिली जोडी $\frac{7}{3}, \frac{7}{4}$

$$\frac{7}{3}+\frac{7}{4}=\frac{28+21}{12}=\frac{49}{12};\quad \frac{7}{3}\times\frac{7}{4}=\frac{49}{12}$$

(II) दुसरी जोडी $\frac{2}{3}, \frac{-2}{3}$

$$\frac{2}{5}+\frac{-2}{3}=\frac{6-10}{15}=\frac{-4}{15};\quad \frac{2}{5}\times\frac{-2}{3}=\frac{-4}{15}$$

(III) तिसरी जोडी $\frac{5}{13}; \frac{-5}{8}$

$$\frac{5}{13}+\frac{-5}{8}=\frac{40-65}{104}=\frac{-25}{104};\quad \frac{5}{13}\times\frac{-5}{8}=\frac{-25}{104}$$

'आता अशा संख्यांची जोडी शोधण्याचा नियम काय असेल ते पाहा. या उदाहरणातील संख्यांच्या निरीक्षणावरून तुम्हांस तो नियम सहज शोधता यायला हवा.

पहिली संख्या कोणतीही अपूर्णांक घ्या. समजा $\frac{a}{b}$, तर दुसरी

संख्या $\frac{a}{a-b}$ असते. या पद्धतीने तुम्हांस तीनच काय असंख्य संख्या देता येतील. प्रत्यक्ष पडताळून पाहा.'

प्रेक्षकांनी हे पडताळून पाहिले व त्यांना या नियमाच्या किमयेचे आश्चर्य वाटले. संख्यांच्या मधील संबंधाविषयीचे कुतूहल वाटले.

डॉ. रामस्वामी पुढे म्हणाले,

'हा सर्वसामान्य नियम लक्ष्मण गोगावले यांनी शोधला आहे. लक्ष्मण गोगावले हा आपटे प्रशाला, आपटे रोड, पुणे ४११००४ या शाळेत—रात्र प्रशालेत शिपाई म्हणून काम करतो. जादूचे चौकोन, गोगावले स्थिरांक वगैरे अनेक शोध त्याने स्वतंत्रपणे लावले आहेत.'

रात्र प्रशालेच्या शिपायाची गणिती बुद्धिमत्ता ऐकून सारेजन आणखीनच अवाक् झाले.

लक्ष्मणला भेटावे असे सर्वांनाच वाटू लागले. पाल संघाची आघाडी जाऊन पुन्हा दोन्ही संघांचे गुण सारखे झाल्यामुळे स्पर्धेची चुरस आणखीच वाढली होती. मध्यंतरी थकवा आल्याने गणपा झोपला नसता तर कदाचित, नव्हे पाल संघच आघाडीवर राहिला असता अशी चर्चा प्रेक्षकांच्यात सुरू होती.

पडद्यावर आलेल्या पुढील प्रश्नाने सर्वत्र शांतता पसरली.

प्रश्न क्र. ४: आकार, रंग वगैरे दृष्टींनी बाह्यता सारखी दिसणारी बारा नाणी आहेत. त्यांपैकी एकच नाणे खोटे आहे. खोटे म्हणजे इतर अकरा नाण्यांपेक्षा वजनाने ते जड किंवा हलके आहे. वजनाने ते जास्त आहे, का कमी ते निश्चित माहीत नाही. एक दांडीचा तराजू वापरून व नाण्यांची एकमेकांशी वजनं करून तुलना करा व फक्त तीन वेळा वजने करून खोटे नाणे हलके आहे का जड तेही सांगा.

दिसायला व प्रत्यक्ष सोडवायलाही हा प्रश्न सोपा नव्हता. बरोबरीने चाललेल्या या सामन्याचा तो कसोटी प्रश्नच होता. प्रेक्षकातल्या सुमारे ८० टक्के मंडळींनी पहिल्या दोन अडीच मिनिटांतच या प्रश्नाचा नाद सोडला आणि पहिली तीन मिनिटे व्हायला फक्त दहा सेकंद बाकी असल्यामुळे प्रश्नाचे उत्तर कोण देतो इकडे त्यांची नजर होती. पहिली तीन मिनिटे झाल्याची घंटा झाली. याची दखल घेऊन दोन्ही संघ

हिरीरीने प्रयत्नास लागले होते.

चिकाटीचे असणारे प्रयत्नशील प्रेक्षकातील काहीजण आपल्याला उत्तर बरोबर मिळाल्याचे मोठ्या दिमाखाने शेजाऱ्यांना सांगत होते. त्यातला कोणीतरी शेलक्या विचारांचा त्यावर 'अमुक एक शक्यता तुम्ही विचारात घेतली नाही', असं सांगून त्याचे उत्तर चूक असल्याचे निदर्शनास आणून देत होता.

'अहो, इतकं सोपं उदाहरण असतं तर मग या पोरांनीच पहिल्या तीन मिनिटात उत्तर दिलं नसतं का?'

'तुम्हांला सुटेल इतकं सोपं उदाहरण विचारायला परीक्षक काय बावळट आहेत काय?'

अशा प्रकारच्या अनेक कॉमेंटस् प्रेक्षकात चालू होत्या. आता दुसरी तीन मिनिटे संपायला ३० सेकंदे बाकी असल्याने सर्वांनीच प्रयत्न सोडले होते. आणि आपले कॅमेरे स्टेजकडे लावून एकदम गप्प होते.

शेवटचे १० सेकंद बाकी होते. सर्वजण जीव मुठीत घेऊन आपल्या नजरा स्थिरावून होते.

शेवटचे ५ सेकंद बाकी असतानाच मुंबईच्या संघाने आपले उत्तर डॉ. रामस्वामींना दिले.

आता उरलेल्या चार सेकंदात पाल संघ काय करतोय तिकडे साऱ्यांचे लक्ष लागून होते. मुंबई संघानें उत्तर दिले त्या अर्थी पाल संघही उत्तर देणार अशी बऱ्याचजणांना खात्री वाटत होती. दगड्या आता उठेल, मग उठेल इकडे साऱ्यांचे लक्ष होते. पण वेळ संपल्याची घंटा झाली. आणि वैतागून बरेचजण चुकचुकले.

आता मुंबई संघाने उत्तर दिले असले तरी ते बरोबर आहे का चूक याची सर्वांना उत्कंठा लागली होती. मुंबई संघाचे उत्तर बरोबर असेल का चूक यावर चर्चा, वादावादी, पैजा सुरू झाल्या होत्या. डॉ. रामस्वामी मुंबई संघाचे उत्तर बारकाईने तपासत होते. नेहमीपेक्षा याला जास्त वेळ लागल्याने प्रेक्षकांची अस्वस्थता वाढीस लागली होती. चूक–बरोबरचा अंदाज घण्यासाठी सारेजन डॉ. रामस्वामींच्या चेहऱ्याचे अगदी बारकाईने निरीक्षण करत होते.

मुंबई संघाचे उत्तर खाली मान घालून वाचत असतानचा डॉ. रामस्वामींनी माईकचे बटण ऑन केले. माईकच्या घुंई आवाजाच्या पायलटकारने आता डॉ. रामस्वामी निर्णय देणार आहेत याची जाणीव सर्वांना करून दिली. सर्वत्र एकदम सामसूम झाले.

डॉ. रामस्वामींकडे सर्वांच्या नजरा खिळून होत्या. डॉ. रामस्वामींनी आपले निवेदन सुरू केले.

'माझ्याकडे फक्त मुंबई संघाचे उत्तर वेळेत आले आहे.' असं म्हणून डॉ. रामस्वामींनी पाण्याचा ग्लास तोंडाला लावला. पाणी पिण्यासाठी त्यांना लागलेले २–३ सेकंद प्रेक्षकांना अगदी तासासारखे वाटत होते.

'बाबा, एकदाचा पी पाणी व लवकर बोल झट की पट', अशी प्रतिक्रिया प्रेक्षकांची होती.

डॉ. रामस्वामींनी पाण्याचा रिकामा ग्लास बाजूला ठेऊन खिशातील रुमालाने ते तोंड पुसू लागले.

प्रेक्षक आणखीच वैतागले.

'माझ्याकडे वेळेत आलेले मुंबई संघाचे उत्तर चूकीचे आहे.'

या वाक्याबरोबर अनेकांनी एकदम सुस्कारा सोडला. कोणी दुःखाचा कोणी समाधानाचा.

'त्यामुळे दोन्ही संघांना शून्य गुण देण्यात येत आहेत. चवथ्या प्रश्नअखेर दोन्ही संघांचा गुणफलक पाहा.'

प्रश्न क्र. / संघ	1	2	3	4	5	एकूण
मुंबई	10	00	05	00		15
पाल	10	05	00	00		15

पुन्हा बरोबरी. पुन्हा तणाव. पुन्हा चर्चा, वाद, पैजा.

डॉ. रामस्वामी पुढे म्हणाले,

'या प्रश्नाचे उत्तर बरेच मोठे आहे. वेळेअभावी सविस्तर सांगणे शक्य नाही याबद्दल दिलगीर आहे. पण याच्या उत्तराची रूपरेषा अशी--

'१२ नाण्यांचे चार-चारचे तीन गट करा. प्रथम दोन गट घेऊन त्यांची वजने करा. शक्यता दोन. दोन्ही सारखे भरतील किंवा असमान असतील. या दोन्ही शक्यता विचारात घेऊन त्यासंदर्भात पुढील शक्यता कोणत्या त्या सर्वांची दखल घेऊन उत्तर मिळवता येते.'

सारा प्रकार बऱ्याच जणांच्या डोक्यावरून गेला होता. काहीजण तसे दाखवत नव्हते तर काहीजण 'आपल्याला यातलं काही कळलं नाही,' अशी स्पष्ट कबुली देत होते.

आता दुसऱ्या फेरीतील शेवटच्या म्हणज पाचव्या प्रश्नाकडे सर्वांचे डोळे लागले होते. दोन्ही संघांचे समान गुण झाले असल्यामुळे हा प्रश्न निर्णायक प्रश्न ठरणार होता.

ओव्हरहेड प्रोजेक्टरच्या बटणाचा कटकन आवाज आला.

सर्वांच्या नजरा पडद्यावर फेकल्या गेल्या.

पाचवा प्रश्न-पडद्यावर आला.

प्रश्न क्र. ५ : $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 = 100$
येथील डाव्या बाजूच्या अंकांचा क्रम न बदलता, $+$, $-$, $\div$, $\times$ ही चिन्हे व कंस हे डाव्या बाजूच्या अंकात अशा तऱ्हेने घाला की डाव्या बाजूची किंमत शंभर येईल. उदा.

$$(1 + 2 - 3 - 4) \times (5 - 6 - 7 - 8 - 9) = 100$$

म्हणजेच $(-4) \times (-25) = 100$

सर्वांनी वेळा नोंदल्या. दोन्ही संघ व प्रेक्षकांतल्या काही गणितप्रेमींनी प्रयत्न करायला सुरवात केली अगदी पाचवी ते सातवी पर्यंतचेच फक्त पूर्वज्ञान आवश्यक असणारा हा प्रश्न तसा दिसायला सोपा व प्रत्यक्षात सहज न येणारा असे या प्रश्नाचे स्वरूप आहे हे लवकरच चसर्वांया ध्यानात आले. उत्तर शोधण्यात सर्वजण दंग होते. पहिली

तीन मिनिटे झाल्याची घंटा खणाणली. आणि दोन्ही संघांच्या व सर्वांच्या लक्षात आले की कोणालाच पहिल्या तीन मिनिटात या प्रश्नाचे उत्तर मिळू शकले नाही. या घटनेची नोंद घेऊन सर्वजण हिरीरीनें कामास लागले.

आता शेवटचे मिनिट सुरू होते. सर्वजण श्वास रोखून कोण उत्तर देतोय त्याची आतुरतेने वाट पाहत होते. शेवटचे ३० सेकंद उरले होते तरी कोणाचेच उत्तर आले नाही. शेवटचे १५ सेकंद बाकी असताना मुंबईच्या संघनायकाने आपले उत्तर डॉ. रामस्वामी यांच्याकडे दिले. त्याबरोबर सर्वांनी टाळ्यांचा कडकडाट केला. ' मुंबई संघाचा विजय असो ' अशा घोषणाही झाल्या. आणि लगेच शांतताही पसरली. उरलेल्या ५–७ सेकंदात पालच्या संघाचे उत्तर येतेय का नाही ते पाहणारी ही शांतता होती. वेळ संपल्याची घंटा वाजण्याची सुरवात होत असतानाच गणपाने आपल्या उत्तराचा कागद डॉ. रामस्वामी यांचेकडे दिला. त्याबरोबर टाळ्यांचा कडकडाट झाला. ' पाल संघाचा विजय असो ' अशा घोषणाही झाल्या. एकदम गडबड गोंधळ सुरू झाला. घोषणा व प्रतिघोषणांचे युद्ध सुरू झाले. काही गटात याचे वादावादी व बाचाबाचीत रूपांतर झाले. खरं म्हणजे कोणाचे उत्तर बरोबर आहे हे अजून ठरले नव्हते. ते कळण्या-पूर्वी प्रेक्षक उगाचच गडबड गोंधळ माजवत होते.

डॉ. रामस्वामींनी सर्वांना शांत राहण्याची विनंती केली. सर्व-जण एकदम चुपचाप बसले.

डॉ. रामस्वामींनी मुंबई संघांचे उत्तर प्रथम वाचून दाखविले व ते बरोबर असल्याचे जाहीर केले. त्याबरोबर पुन्हा ' मुंबई संघाचा विजय असो ' या घोषणांनी हॉल दणाणून गेला.

डॉ. रामस्वामी यांनी सर्वांनी संयम राखावा, शांतता राखावी अशी विनंती केली. प्रेक्षकांच्या आग्रहावरून मुंबई संघाचे उत्तर त्यांनी फळ्यावर लिहिले.

$$1+(2\times3)+(4\times5)-6+7+(8\times9)=100$$

म्हणजे

$$1+6+20-6+7+72=100$$

सर्वांच्या टाळ्यांचा कडकडाट संपल्यावर 'मी आता पाल संघाचे उत्तर वाचून दाखवतो' असे डॉ. रामस्वामी म्हणाले.

इतक्यात....

मुंबई संघाचे व्यवस्थापक डॉ. रुबेन उठून उभे राहिले व त्यांनी पाल संघाचे उत्तर वाचण्यास हरकत घेतली. त्यांचे म्हणणे असे–

'वेळ संपल्याची घंटा वाजायला सुरुवात झाली अगदी त्याच वेळी पाल संघाचे उत्तर आले, त्यामुळे ते वेळेत आलेले उत्तर नाही. म्हणून त्यांचे उत्तर विचारात घेऊ नये व मुंबई संघास विजयी संघ म्हणून जाहीर करावे.'

डॉ. रुबेन यांच्या या मुद्द्याला पाठिंबा देणारे अनेक प्रतिसाद प्रेक्षकांतून आले. पुन्हा 'मुंबई संघ झिंदाबाद', 'मुंबई संघाचा विजय असो' अशा घोषणा झाल्या.

सर्वांना शांत राहण्याची विनंती केल्यावर सगळीकडे सामसूम झाली, आणि डॉ. रामस्वामींनी बोलण्यास सुरुवात करण्यापूर्वी प्रेक्षकांतील एक गृहस्थ उठून मोठ्याने तावातावाने बोलू लागले.

'वेळ संपल्याची घंटा सुरू झाल्यावर परंतु ती संपायच्या आत गणपतने आपले उत्तर दिले आहे. म्हणून ते वेळेतच आले असे मान्य करावे. कारण घंटा वाजण्याची संपल्यावर वेळ संपली असा अर्थ आहे. असे नसेल तर टाईम कीपरने 'ट्रिंग' असा लहान आवाज देऊन घंटा बंद करावयास हवी होती. तेव्हा पाल संघाचे उत्तर वाचून त्यांना संधी दिलीच पाहिजे असा माझा आग्रह आहे.'

'पाल संघाला संधी दिलीच पाहिजे', 'पाल संघाला न्याय मिळालाच पाहिजे' अशा घोषणा सुरू झाल्या.

प्रेक्षकातल्या अनेकांनी याला पूरक प्रतिसाद देऊन मुद्दा उचलून धरला. काहींनी विरोध केला. परस्परात आरोप प्रत्यारोप सुरू झाले. आरडाओरडा, गोंधळ यांनी परिस्थितीचा कब्जा घेतला. एक वेळ अशी आली की कोण कोणाशी बोलत आहे हे कोणालाच कळत नव्हते.

अनपेक्षितपणे गणपत उभा राहिला व माईकवरून बोलू लागला.

'उपस्थित सज्जनहो, कृपया शांत राहा.'

सगळीकडे कडक शांतता पसरली,

गणपत पुढे म्हणाला,

'संचालकांनी त्यांना योग्य वाटेल तो निर्णय द्यावा, तो आम्ही मान्य करू. परंतु त्यापूर्वी याबाबतची मला माझी बाजू मांडण्याची संधी द्यावी अशी संचालकांना मी विनंती करतो.'

संचालकांनी अनुमती दिल्यावर दुसऱ्याची उसनी आणलेली खाली घसरणारी चड्डी वर सावरत गणपतने आपली बाजू मांडण्यास सुरुवात केली.

'पालच्या संघास कोणाचीही दया अथवा मेहरबानी नको आहे.'

'मुद्द्याचं बोला. फालतूक तत्त्वज्ञान नको.' प्रेक्षकांतून गणपाला डिवचणारा एक आवाज आला.

गणपत शांतपणे पुढे म्हणाला,

'खरं म्हणजे माझे उत्तर चवथ्या मिनिटातच तयार होते.'

'उगीच बंडल मारू नका. चवथ्या मिनिटाला उत्तर तयार होते तर लगेच का नाही दिले संचालकांकडे?' प्रेक्षकांतून एक खोचक प्रश्न फाडकन आला.

न डगमगता गणपाने आपले निवेदन सुरू केले.

'आता प्रेक्षकांतून बोललेल्या सद्गृहस्थांची शंका बरोबर आहे. मी खोटे कशावरून बोलत नसेन? पहिल्या तीन मिनिटानंतर केव्हाही उत्तर दिले तरी पाचच गुण मिळणार म्हणून मला मिळालेले पहिले उत्तर लगेच देण्याऐवजी मी या प्रश्नाची आणखी उत्तरे शोधत बसलो. मुंबई संघाने या प्रश्नाचे एकच उत्तर दिले आहे. मी मात्र याच प्रश्नाची वेगवेगळी दहा उत्तरे दिली आहेत. यावरून माझे उत्तर चवथ्या मिनिटालाच तयार होते हे आपल्यासारख्या सुज्ञांना पटायला हरकत नाही.'

गणपत तडक फळ्याकडे गेला व आपली दहा उत्तरे त्याने फळ्यावर मांडण्यास सुरुवात केली.

1) 1+2+3+4+5+6+7+ (8×9) = 100

2) — (1×2) −3—4—5+ (6×7) + (8×9) = 100

3) 1+ (2×3) + (4×5) −6+7+(8×9) = 100

(मुंबई संघाने दिलेले उत्तर)

4) 1+ (2×3)+4+5+67+8+9 = 100

5) (1×2)+34+56+7 −8+9 = 100

6) 12+3—4+5+67+8+9 = 100

7) 123-4-5-6-7+8-9 = 100

8) 123+4+67-89 = 100

9) 123+45-67+8—9 = 100

10) 123—45—67+89 = 100

उत्तरे लिहून गणपत जागेवर जाऊन बसला. तमाम प्रेक्षकांनी आश्चर्याने हाताची बोटे तोंडात घातली होती. एक मिनिटभर आश्चर्याच्या शांततेने साऱ्यांना झपाटले होते. मंडळी भानावर आली आणि प्रचंड टाळ्यांच्या कडकडाटाने गणपतच्या बुद्धीचे कौतुक केले. संचालकांनी निर्णय जाहीर करण्यापूर्वीच प्रेक्षकांच्या प्रचंड कौतुकाने पाल संघास न्याय मिळवून दिला होता. गणपाच्या या अफाट बुद्धिमत्तेच्या चमत्काराने प्रेक्षकांची मने दिपून गेली होती. काही उणे काढायला गणपाने जागाच ठेवली नव्हती.

वातावरण एकदम शांत होते.

डॉ. रामस्वामींनी आपला निर्णय सांगण्यास सुरवात केली.

'पालच्या संघाचे उत्तरही बरोबर आहे हे आपण सर्वजणच मान्य कराल अशी खात्री आहे. मुंबईच्या संघाने या प्रश्नाचे एकच उत्तर दिले आहे. पालच्या संघाने याच प्रश्नाची दहा बरोबर उत्तरे दिली आहेत. जादा उत्तरे देण्याबद्दल जास्त गुण देण्याची तरतूद नसल्यामुळे मी दोन्ही संघास या प्रश्नाचे ५ गुण देत आहे. आता दुसऱ्या फेरीतील अंतिम गुण असे आहेत—

पडद्यावर दोन्ही संघांचे अंतिम गुण झळकले.

'दुसऱ्या फेरीतही दोन्ही संघांना समान गुण मिळाल्यामुळे आता तिसरी आणि शेवटची फेरी होणार आहे. या फेरीत प्रत्येक संघाने दुसऱ्या संघास एक प्रश्न विचारावयाचा आहे. पहिल्या तीन मिनिटांत उत्तर आल्यास पाच गुण ही नेहमीची गुणदान योजना याही वेळी चालू राहील. प्रथम कोणी प्रश्न विचारायचा हे नाणेफेक करून ठरविण्यात येईल. मी नाणेफेक करून मुंबई संघास दान मागण्याची संधी देत आहे.'

प्रश्न क्र. / संघ	1	2	3	4	5	एकूण
पाल	10	05	00	00	5	20
मुंबई	10	00	05	00	5	20

डॉ. रामस्वामी यांनी नाणे वर फेकले. मुंबई संघाने छा हे दान मागितले. नाण्याचा छाप वर होता. त्यामुळे प्रथम मुंबईचा संघ प्रश्न विचारेल असे डॉ रामस्वामी यांनी जाहीर केले. तयारीसाठी दोन्ही संघांना वेळ मिळावा म्हणून आपण दहा मिनिटे विश्रांतीची ठेवणार आहोत. आता ५–५० झाले आहेत. सामन्याची तिसरी फेरी ठीक सहा वाजता सुरू होईल. असे सांगून डॉ. रामस्वामी तिसऱ्या फेरीच्या तयारीस लागले

काही प्रेक्षक तिथंच बसून होते, तर काहीजण पाय मोकळे करायला बाहेर पडले. कोणी चहा घेऊन ताजेतवाने होत होते. सामना कोण जिंकेल याबद्दल कोणालाच निश्चित सांगता येत नव्हते. गणपतचे कौतुक मात्र सर्वांच्या तोंडी होते.

सहाला ठीक तीन मिनिटे कमी असताना डॉ. रामस्वामी आपल्या आसनावर येऊन बसले. मागोमाग दोन्ही संघांचे स्पर्धक आपापल्या ठिकाणी जाऊन बसले. सर्वांनी टाळ्या वाजवून दोन्ही संघांचे स्वागत

केले. आता कोणत्या प्रकारचे प्रश्न येतात व त्याची उत्तरे कशी मिळतात याबद्दलचे कुतूहल शिगेला पोहचले होते.

बरोबर सहाच्या ठोक्याला घंटा वाजली.

तशी सर्वत्र कुतूहलाने भरलेली शांतता पसरली.

डॉ रामस्वामींनी सर्वांनी शांत राहून सहकार्य करावे असे आवाहन केले. आणि मुंबईच्या संघनायकास त्याचा प्रश्न फळ्यावर लिहिण्याची विनंती केली.

मुंबई संघाचा नायक सदानंद राजे आपल्या जागेवरून उठला व त्याने खडूने आपला प्रश्न फळ्यावर लिहिण्यास सुरुवात केली.

---

(1) ✤ ✤ ✤ × ✤ ✤ = ✤ ✤ ✤ ✤

(2) △ △ ✤ ✤ × ✤ = ✤ ✤ ✤ ✤

△ या चिन्हाच्या ठिकाणी प्रत्येक उदाहरणात एक ते नऊपर्यंतचे अंक फक्त एकदाच वापरून समानता पूर्ण करा.

सदानंद राजे जागेवर जाऊन बसला. काही क्षण वेळ गोठून जावा अशा शांततेत गेले. सर्वांनी आपापल्या घड्याळात वेळ लावली. काही जणांचे नेहमीप्रमाणे निष्फळ प्रयत्न चालू होते. काही वेळातच हे उदाहरण दिसते तितके सोपे नाही असे सर्वांच्याच लक्षात आले.

गणपा जागेवर उभा राहिला, उसनी आणलेली खाली घसरणारी चड्डी त्याने सावरली. आणि नेहमीच्या सवयीप्रमाणे दोन्ही हात मागे एकात एक अडकवून उत्तर लिहिण्यासाठी तो फळ्यापाशी गेला. हातात खडू घेतला व उत्तर लिहायला सुरुवात करणार इतक्यात...

एक सद्गृहस्थ उठले व त्यांनी मुंबई संघाच्या प्रश्नावर जोरदार आक्षेप घेतला.

' या अंतिम फेरीत प्रत्येक संघाने एकच प्रश्न विचारावा अशी अपेक्षा आहे. मुंबई संघाने दोन प्रश्न विचारलेत. तरी यातील एक प्रश्न वगळावा व स्पर्धा सुरू करावी. '

अनेकांनी हा मुद्दा उचलून धरला. पुन्हा गडबड गोंधळ सुरू झाला. आपापसात चर्चा चालू झाल्या.

डॉ. रामस्वामींनी हा आक्षेप बरोबर आहे असा निर्णय द्यायच्या अगोदरच गणपतने बोलायला सुरुवात केली.

‘ ह्या विचारलेल्या दोन्ही प्रश्नांबद्दल माझी हरकत नाही. मी या दोन्ही प्रश्नांची उत्तरे बरोबर देऊ शकतो.’

असं म्हणून गणपाने आपली उत्तरे फळचावर लिहायला सुरुवात केली.

(1) 483 × 12 = 5796

(2) 1738 × 4 = 6952

दुसरे उत्तर संपता संपता ही उत्तरे बरोबर आहेत का नाही ते पडताळून न पाहताच साऱ्यांनी टाळ्यांचा कडकडाट केला. ‘पाल संघाचा विजय असो ’ अशा घोषणाही दिल्या. गणपतच्या बुद्धिमत्तेनें सर्वांना आश्चर्याची आंघोळ घातली होती. इतक्यात पहिली तीन मिनिटे झाल्याची घंटा झाली. गणपत मागे हात बांधून जागेवर जाऊन बसला.

डॉ. रामस्वामींनी दोन्ही उत्तरे बरोबर असल्याची स्वत: खात्री करून घेतली व पाल संघाने बरोबर उत्तर दिल्याचे जाहीर केले. हे उत्तर पहिल्या तीन मिनिटात दिले गेले असल्यामुळे पाल संघास दहा गुण दिल्याचे त्यांनी सांगितले.

पुन्हा टाळ्या, घोषणा, चर्चा, कुजबुज यांची एक फैर झडली.

सर्वांना शांत राहण्याची विनवणी करून डॉ. रामस्वामींनी पाल संघाच्या संघनायकास त्यांचा प्रश्न विचारण्याची विनंती केली.

गणपत चड्डी सावरत फळ्यापाशी गेला. हातातला खडू तोंडापाशी ठेऊन तो थोडा वेळ स्तब्ध राहिला.

सर्वजण श्वास रोखून आता गणपा कोणता प्रश्न फळ्यावर लिहितो ते टक लावून पाहत होते.

गणपतने एकदा चड्डी वर ओढली व तो फळचावर लिहू लागला.

सिद्ध करा की,

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

प्रश्न वाचून बरेच जण हसायला लागले.

काय फालतूक प्रश्न विचारलाय !

आठवीतले शेंबडे पोरसुद्धा हा प्रश्न सोडवील !

काहींना गणपतने इतका सोपा प्रश्न कसा विचारला याबद्दल आश्चर्य वाटत होते.

मुंबई संघाचा संघनायक सदानंद राजे जागेवरून उठला. फळ्यापाशी गेला व उत्तर लिहिण्यासाठी त्याने गणपतकडे खडू मागितला.

गणपत म्हणाला, 'अजून माझा प्रश्न पूर्णपणे लिहून झालेला नाही. तो मी पूर्ण करतो. मग तू उत्तर दे.'

गणपतने आपल्या प्रश्नाचा उरलेला भाग लिहिण्यास सुरुवात केली. सदानंद जागेवर जाऊन बसला.

ही सिद्धता देताना तुम्हांस गुणाकार येत नाही असे समजावे.

परंतु $a + a + a + \ldots + 7$ वेळा $= 7a$ ही कल्पना वापरण्यास हरकत नाही.

गणपाने लिहिलेल्या प्रश्नाचा दुसरा भाग वाचून सर्व प्रेक्षक चपापले. बाह्यतः सोपा दिसणारा प्रश्न गुणाकार करता येत नाही या अटीमुळे अतिशय अवघड वाटू लागला. मी मी म्हणणारांची बोबडी वळाली. काहींना सुरुवात कशी करावी तेच समजेना. काहींना पहिली पायरी जमली पण पुढे काय करावे ते उमजेना. गटागटांनी ही सिद्धता देण्याचे सामूहिक प्रयत्नही चालू होते. पण यश कोणालाच मिळत नव्हते.

पहिली तीन मिनिटे झाल्याची घंटा खणाणली.

सर्वजण भानावर आले.

पुन्हा घड्याळे लावली.

सर्वांचे दुसऱ्या तीन मिनिटातील प्रयत्न सुरू झाले.

गुणाकार करता येत नसेल तर काय फजिती उडते याची प्रचीती सर्वांना आली.

गुणाकार न करता उदाहरण सोडवायचे म्हणजे हातापायाशिवाय लढायचे असाच हा प्रकार आहे असे सर्वांना वाटू लागले.

अनेकांना गुणाकाराच्या क्रियेचे महत्त्व काय ते पटले.

प्रत्येक वेळी उत्तर आले असे वाटायचे. उत्तर तपासताना आपण एखाद्या पायरीवर गुणाकार केल्याचे लक्षात यायचे आणि मंडळी पुन्हा पहिल्यापासून प्रयत्न करायची.

आता शेवटचे १५ सेकंद बाकी होते

प्रेक्षकांनी उदाहरण सोडविण्याचा नाद सोडला होता. आणि मुंबईचा संघ या उरलेल्या १०–१५ सेकंदात उत्तर देतोय का याकडे सर्वांचे लक्ष लागले होते.

शेवटची तीन मिनिटे संपल्याची घंटा वाजली.

आणि हॉलमध्ये एकदम हलकल्लोळ माजला.

एक मिनिटभर सतत मोठ्याने टाळ्या वाजल्या.

'पाल संघाचा विजय असो' या घोषणांची आतशबाजी झाली.

गणपतच्या कौतुकाबद्दलच्या बडबडीचा सुळसुळाट झाला.

डॉ. रामस्वामी माईकवरून सर्वांना शांत राहण्याची व जागा न सोडण्याची विनंती करत होते.

पण या विनंतीकडे हर्षोन्मादाच्या नादात कोणी लक्षच दिले नाही. काहीजण जागा सोडून पाल संघाकडे जाऊन त्यांच्याशी हस्तांदोलन करून त्यांचे अभिनंदन करत होते. तर कोणी त्यांना हार घालत होते.

काहीजणांनी तर गणपाला खांद्यावर घेऊन नाचायला सुरुवात केली. डॉ. रामस्वामी व स्वयंसेवक सर्वांना जागेवर बसायला सांगत होते. काही मिनिटांत हा जल्लोष निवळला.

आणि डॉ. रामस्वामी माईकवरून बोलू लागले.

'सामन्याचा निर्णय अद्याप लागलेला नाही. मुंबई संघाला या प्रश्नाचे उत्तर आलेले नसले तरी पालच्या संघाने या प्रश्नाचे उत्तर काय आहे ते द्यावयास हवे. ते उत्तर बरोबर असेल तरच पालचा संघ विजयी ठरेल. सर्वांनी संयम राखावा. शिस्तीचे पालन करावे. मी आता पाल संघाच्या संघनायकास या प्रश्नाचे उत्तर त्यांनी फळ्यावर लिहावे अशी विनंती करतो.'

बऱ्याच वेळाने पुन्हा एकदा सर्व हॉल शांततेने भरून गेला.

सर्वांच्या नजरा गणपतकडे लागल्या.

गणपत नेहमीच्या पद्धतीने प्रथम चड्डी सावरून व नंतर हात मागे बांधून फळ्याकडे उत्तर लिहिण्यासाठी गेला.

सारे प्रेक्षक प्राण डोळ्यांत आणून गणपत कशी सिद्धता देतोय हे पाहण्यासाठी आतुर होते.

गणपतने सिद्धता लिहिण्यास सुरुवात केली.

$(a+b)^2 = (a+b) \times (a+b)$ …… वर्गाची व्याख्या

$= (a+b) + (a-b) + (a+b) + \ldots$ (a+b) वेळा ……

गुणाकाराचा अर्थ

(उदा. $ga = a+a+a+ \ldots \ldots$ g वेळा याप्रमाणे)

$= [\ (a+b) + (a+b) + \ldots \ldots \ldots$ a वेळा]

$+ [\ (a+b) + (a+b) + \ldots \ldots \ldots$ b वेळा]

[कारण : $a+a \ldots \ldots (6+8)$ वेळा $= (a+a+ \ldots \ldots$ 6 वेळा]

$+ (a+a+ \ldots \ldots$ 8 वेळा) याप्रमाणे]

$= [\ (a+a+a+ \ldots \ldots$ a वेळा $+ (b+b+b+ \ldots \ldots$ b वेळा)]

$+ [\ (a+a+a+ \ldots \ldots$ b वेळा) $+ (b+b+b+ \ldots \ldots$ b वेळा)]

[कारण : $(3+5) + (3+5) + \ldots \ldots$ 3 वेळा) $+5+5+5 \ldots \ldots$

3 वेळा) याप्रमाणे]

$= [a\times a + a\times b] + [b\times a + b\times b]$ …… गुणाकाराची व्याख्या

[कारण : $a+a+a+ \ldots \ldots$ 3 वेळा $= 3a$ याप्रमाणे]

$= a^2+ab+ba+b^2$

$= a^2+ab+ab+b^2 \ldots \ldots$ (कारण $ba=ab$)

$= a^2+2ab+b^2$

$\therefore (a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$

प्रचंड टाळ्यांच्या गजरात गणपत जागेवर जाऊन बसला.

पुन्हा आनंदोत्सवाचा जल्लोष झाला.

स्वयंसेवकांनी स्पर्धकांच्या भोवती कडे केले असल्यामुळे प्रेक्षकांनी जागेवरून दगड्या, धोंड्या व गणप्याचे अभिनंदन केले.

'पाच मिनिटांनी प्रमुख पाहुणे आंतरराष्ट्रीय रशियन गणिती डॉ. झोलोस्कोव्ह यांच्या हस्ते बक्षिस समारंभाचा कार्यक्रम सुरू होईल. सर्वांनी जागेवरच शांतपणे बसावे.' माईकवरून ही सूचना वारंवार देण्यात येत होती.

पालच्या संघाचे शिक्षक, मुख्याध्यापक, दगड्या, धोंड्या, गणपा यांच्याबरोबरच आनंदाच्या शिखरावर जाऊन बसले होते.

इतक्यात गर्दीतून वाट काढत गणपतचे मामा त्यांच्यात येऊन सामील झाले. मामांच्या बरोबरही सर्वांचा एक फोटो काढून झाला

पालच्या शाळेच्या शिक्षकांना व मुख्याध्यापकांना वाटले की, मामांनी गणपतला सोडले म्हणून तर आपण हा सामना जिंकला. त्यांनी मामांचे मनोमन पुन्हा आभार मानले. दगड्या, धोंड्या, गणपा आपले गप्प उभे होते. ते पाहून मुख्याध्यापक म्हणाले,

'अरे दगड्या, धोंड्या, गणपा तुम्ही असे गप्प का? मामांच्यामुळं आपल्याला विजय मिळाला. त्यांचे आभार माना.'

दगड्या, धोंड्या, गणपा गालातल्या गालात हसले. त्यांनी आभार मानले पण मामांचे नव्हे. ते पुटपुटले,

'आभारी आहोत, श्रीयुत गुणाकार!'

□



पु. ग. वैद्य
एम. एस्सी., एम. एड.
लक्ष्मणराव आपटे प्रशाला व ज्युनियर कॉलेजचे संस्थापनेपासून प्राचार्य
गणित व शास्त्र विषयांचा २५ वर्षांहून अधिक अध्यापन अनुभव,
आठवी ते बारावीपर्यंतच्या गणिताच्या पाठ्यपुस्तकाचे लेखन.
गणित, शास्त्र व शिक्षण या विषयांवर विविध कालिकांतून लेखन.
विज्ञानकथा, गणित काल्पनिक यांवर अनेक पुस्तके प्रकाशित.
उत्तम वक्ते, गणित, विज्ञान व शिक्षण यांवर पॉप्युलर व्याख्याने.
महाराष्ट्र गणित अध्यापक महामंडळाच्या प्रथम अधिवेशनाचे अध्यक्ष.
भारत सरकारतर्फे सेंटर फॉर अॅडव्हान्समेंट ऑफ मॅथेमॅटिक्स एज्युकेशन ॲण्ड टेक्नॉलॉजी या इंग्लंडमधील संस्थेत प्रशिक्षणासाठी निवड व एक वर्षाचा अनुभव.
पंचवीसपेक्षा जास्त वेळा रक्तदान केल्याबद्दल महाराष्ट्राच्या राज्यपालांकडून गौरव व रौप्यपदक.
शैक्षणिक, सामाजिक व विद्यार्थी यांच्या संबंधात अनेक संस्थांचे संस्थापक पदाधिकारी व विश्वस्त.
१९७२ च्या पाकिस्तान युद्धाचे वेळी नागरी संरक्षण कार्यातील विशेष कामगिरीबद्दल संग्राम पारितोषिक.
शैक्षणिक निबंध व शैक्षणिक कार्याबद्दल अनेक पारितोषिके व पुरस्कार.
शिक्षणातील कार्याबद्दल देण्यात येणाऱ्या आचार्य अत्रे पुरस्काराचा पहिला मानकरी.
शिक्षणातील विशेष कार्याबद्दल ५ सप्टेंबर १९८५ रोजी दिल्ली येथे राष्ट्रपतींच्या हस्ते राष्ट्रीय पुरस्कार.
'चवलेले शोध' या विज्ञान काल्पनिकांच्या पुस्तकास मराठी साहित्य परिषदेकडून पुरस्कार.